Technische Universität Dresden
Institut für Theoretische Informatik
Professur für Automatentheorie

Wintersemester 06/07

Grundlagen der Theoretischen Informatik II

13. Übungsblatt

Hinweis

Folgende Aufgaben dienen der Selbstkontrolle und werden in der Übung nicht besprochen.

*) a) Geben Sie ein WHILE-Programm an, das das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) zweier natürlicher Zahlen berechnet.

b) Überlegen Sie, ob die Funktion kgV auch LOOP-berechenbar ist. Begründen Sie Ihre Antwort.

**) Geben Sie einen NEA $\mathcal{A}$ für die Sprache

$$L(\mathcal{A}) = \Sigma^* \setminus L(r)$$

an mit $\Sigma = \{a, b\}$ und $r = ((((a \cdot b) + (a \cdot a \cdot b)) + (a \cdot b \cdot a)))^*$.

Aufgabe 1

In der Vorlesung wurde die Ackermannfunktion $\mathcal{A}$ vorgestellt.

a) Nennen Sie die Eigenschaften dieser Funktion.

b) Berechnen Sie $\mathcal{A}(2, 3)$.

c) Zeigen Sie, daß die Ackermannfunktion eine totale Funktion ist.

d) Überzeugen Sie sich, daß $\mathcal{A}$ berechenbar ist:
Notieren Sie einen Algorithmus in Pseudocode, der die Ackermannfunktion berechnet und dabei keine Rekursion verwendet. (Hinweis: Listen und Arrays sind zugelassen.)

Aufgabe 2

Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.

a) Alle primitiv rekursiven Funktionen sind LOOP-berechenbar.

b) Ist eine Funktion f nicht LOOP-berechenbar, dann ist f auch keine totale berechenbare Funktion.

c) Jede Turing-berechenbare Funktion ist auch μ-rekursiv.

d) Es gibt Funktionen, die nicht berechenbar sind.

e) Alle Relationen sind entscheidbar.

Aufgabe 3

Für das Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ und $L \subseteq \Sigma^*$ sei

$$equal(L) := \{w \in \Sigma^* \mid w \in L \text{ und } |w|_a = |w|_b\}.$$

Beweisen oder widerlegen Sie:

a) Ist L regulär, so auch $equal(L)$.

b) Ist L entscheidbar, so auch $equal(L)$.