Technische Universität Dresden
Institut für Theoretische Informatik
Professur für Automatentheorie

Wintersemester 06/07

Grundlagen der Theoretischen Informatik II

14. Übungsblatt

Hinweis

Informationen zum Repetitorium III am 26.01.07 bzw. zum organisatorischen Ablauf und zur Raumaufteilung bei der Klausur am 21.02.2007 entnehmen Sie bitte aktuell der Lehrveranstaltungsseite

http://wwwtcs.inf.tu-dresden.de/GThI/.

Bitte beachten Sie, daß z. B. die Raumaufteilung für die Klausur erst nach Abschluß der Einschreibung möglich ist. Bei der Klausur sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Aufgabe 1

Besitzen folgende Instanzen P_i des Postschen Korrespondenzproblems PKP Lösungen oder nicht?

a) $P_1 = (a, aaa), (abaaa, ab), (ab, b)$

b) $P_2 = (ab, aba), (baa, aa), (aba, baa)$

c) $P_3 = (bba, b), (ba, baa), (ba, aba), (ab, bba)$

Aufgabe 2

Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.

a) Für jede Relation R gilt genau eine der folgenden drei Eigenschaften.

- R und $\bar{R}$ sind rekursiv und damit auch rekursiv aufzählbar.
- R und $\bar{R}$ sind nicht rekursiv aufzählbar und damit auch nicht rekursiv.
- Genau eine der beiden Relationen R und $\bar{R}$ ist rekursiv aufzählbar, aber nicht rekursiv, die andere ist nicht rekursiv aufzählbar.

b) Lemma 16.12 (1) gilt auch für partiell entscheidbare Relationen bzw. Lemma 16.12 (2) gilt auch für nicht partiell entscheidbare Relationen.

c) Die Menge der Instanzen des PKP, welche eine Lösung haben, ist rekursiv aufzählbar.

d) Es ist entscheidbar, ob für kontextfreie Grammatiken G_1, G_2 gilt $L(G_1) \subseteq L(G_2)$.

Aufgabe 3

a) Beschreiben Sie mit eigenen Worten die Klasse der Probleme, die in P sind.

b) Beschreiben Sie mit eigenen Worten die Klasse der Probleme, die in NP sind.

c) Beschreiben Sie mit eigenen Worten die Klasse der Probleme, die in $PSPACE$ sind.

d) Erläutern Sie, warum $P \subseteq NP \subseteq PSPACE$ ist.

e) Es sei $\mathcal{C} \in \{P, NP, PSPACE\}$. Beschreiben Sie, wann ein Problem P „in $\mathcal{C}$“, „$\mathcal{C}$-hart“ bzw. „$\mathcal{C}$-vollständig“ ist.

Aufgabe 4

Sei $Z = \{z \mid z = z_1 \star z_2 \text{ mit } z_1, z_2 \in \mathbb{N}, 1 < z_1, z_2\}$ die Menge der zusammengesetzten Zahlen in $\mathbb{N}$. Eine zusammengesetzte Zahl z ist das Produkt zweier natürlicher Zahlen, die beide größer als 1 sind.

Sei nun $L = \{a^n \mid n \text{ ist eine zusammengesetzte Zahl}\}$.

Zeigen Sie, daß $L \in NP$.