Technische Universität Dresden
Institut für Theoretische Informatik
Dr. Monika Sturm

Wintersemester 09/10

Funktionale Programmierung und Typtheorie

2. Übungsblatt

Aufgabe 1

Berechnen Sie die folgenden Terme im ungetypten λ-Kalkül. Verwenden Sie die Definitionen aus der Vorlesung bzw. entwickeln Sie selbst einen geeigneten Term. Begründen Sie Ihren Vorschlag.

- $A_+ \, c_n \, c_m$
- *and true false*
- *or true false*

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass folgende Terme ebenfalls Fixpunktkombinatoren sind.

a) $Y^* \equiv \lambda f.(\lambda g.\lambda x.f(gg)x)(\lambda g.\lambda x.f(gg)x)$ (nach *Church*)

b) $\Theta \equiv AA$ mit $A \equiv \lambda xy.y(xxy)$ (nach *Turing*)

c) $\$ \equiv \pounds$
mit $\pounds \equiv \lambda abcdefghijklmnopqstuvwxyzr.r(thisisafixedpointcombinator)$ (nach *Klop*)

Aufgabe 3

Die Kombinatoren S, K und I der Kombinatorischen Logik CL wurden in der Vorlesung vorgestellt. Ein weiterer Kombinator ist z. B. $K^r = \lambda xy.y$, der auch als rechter Kanzellator bezeichnet wird.

a) Transformieren Sie den Kombinator K^r in einen Term der Kombinatorischen Logik.

b) Zeigen Sie die Korrektheit der Transformation für den Kombinator K^r, indem Sie das Ergebnis wieder in einen λ-Term transformieren.

c) Formulieren Sie die Reduktionsregel für den Kombinator K^r.

d) Welches Problem sehen Sie bei der Transformation von λ-Termen in Kombinatorterme?

Aufgabe 4

Zeigen Sie:

a) Für alle Terme $e \in \Lambda$ gilt $((e)_{CL})_\lambda =_\beta e$.

b) I.A. gilt nicht für alle Terme e der Kombinatorischen Logik $((e)_\lambda)_{CL} =_w e$.