Lehrstuhl für Automatentheorie
Institut für Theoretische Informatik, TU Dresden
Prof. Dr. F. Baader

Nöthnitzer Str. 46
01187 Dresden
Tel.: 0351/463–39167

1. Übung für die Vorlesung "Einführung in die Informatik"

Aufgabe 1:

Schreiben Sie den Algorithmus "Sieb des Eratosthenes" in Pseudocode unter Verwendung der in der Vorlesung eingeführten Kontroll- und Datenstrukturen.

Aufgabe 2:

Ein *binärer Baum* ist ein Baum, bei dem jeder Knoten maximal 2 Nachfolger hat. Ein *vollständiger binärer Baum der Tiefe n* ist ein Baum bei dem

- jeder Knoten entweder genau zwei Nachfolger hat oder ein Blatt ist und
- jedes Blatt über einen Pfad der Länge n von der Wurzel aus erreicht werden kann.

a) Zeigen Sie die Korrektheit folgender Behauptung mittels wohlfundierter Induktion:
Die Anzahl der Blätter in einem vollständigen binären Baum der Tiefe n ist: 2^n.

b) Geben Sie eine Formel für die Anzahl der Knoten in Abhängigkeit der Tiefe des Baumes an und zeigen Sie die Korrektheit der Formel mittels wohlfundierter Induktion.

Aufgabe 3:

Geben Sie einen rekursiven (Divide-and-Conquer) Algorithmus an, der für beliebige Bäume die Anzahl der Knoten zählt.

Aufgabe 4:

Für eine gegebene Folge von natürlichen Zahlen $[a_1, a_2, \ldots, a_n]$ ist eine *aufsteigende Unterfolge der Länge k* eine Folge $[a_{i_1}, a_{i_2}, \ldots, a_{i_k}]$ für die gilt $i_1 < i_2 < \ldots < i_k$ und $a_{i_1} < a_{i_2} < \ldots < a_{i_k}$. Es soll nun für eine gegebene Folge die Länge der längsten aufsteigenden Unterfolge berechnet werden. Zum Beispiel ist dies für $[3, 1, 5, 7, 2, 9]$ die Länge 4. Eine Beispiel für eine Unterfolge der Länge 4 ist $[3, 5, 7, 9]$.
Geben Sie einen Algorithmus zur Berechnung der Länge der längsten aufsteigenden Unterfolge für beliebige, endliche Folgen natürlicher Zahlen $[a_1, a_2, \ldots, a_n]$ an. Verwenden Sie dazu die Methode der dynamischen Programmierung.
Hinweis:
Die Länge der längsten aufsteigenden Unterfolge von $[a_1, a_2, \ldots, a_j]$ für ein $j \leq n$ kann unter Verwendung der entsprechenden bereits berechneten Längen für geeignete Folgen $[a_1, a_2, \ldots, a_i]$ mit $i < j$ berechnet werden.