Lehrstuhl für Automatentheorie
Institut für Theoretische Informatik, TU Dresden
Prof. Dr. F. Baader

Nöthnitzer Str. 46
01187 Dresden
Tel.: 0351/463–39167

2. Übung für die Vorlesung "Einführung in die Informatik"

Aufgabe 5:

Gegeben folgendes Münzsystem: $M := \{m_1, m_2, m_3, m_4\}$ und die Funktion $Betr$, die den Münztypen Beträge in Talern zuordnet, mit $Betr(m_1) = 7$, $Betr(m_2) = 6$, $Betr(m_3) = 5$ und $Betr(m_4) = 1$.
Es soll der Betrag von 11 Talern zurückgegeben werden.

- Wenden Sie für den Betrag den Greedy Algorithmus an.
- Wenden Sie für die Rückgabe des Betrages das Branch and Bound Verfahren an. Als *Kostenfunktion* K einer Lösung nehmen Sie die Anzahl der Münzen in der Rückgabe, d.h. $K(a_1, a_2, \ldots, a_n) = n$.

  Als untere Schranke, d.h. als *Bound* B verwenden Sie die folgende Funktion:
  Die Summe aus

  - den Kosten i der bereits ausgewählten Münzen $(a_1, \ldots, a_i)$ und
  - $\lceil \frac{b}{n} \rceil$, wobei
    b für den noch zurückzuzahlenden Betrag $11 - \sum_{k=1}^{i} Betr(a_k)$ steht,
    $n = max\{Betr(m_j) \mid Betr(m_j) \leq b\}$ ist und $\lceil\ \rceil$ die Aufrundungsfunktion ist.

- Wenden Sie für die Rückgabe des Betrages die Vorgehensweise der dynamische Programmierung an. Es sei die kleinste Anzahl von Münzen im obigen Münzsystem zur Rückgabe von n Talern durch $Anz_{min}(n)$ bezeichnet.

  Hinweis: $Anz_{min}(11)$ kann unter Verwendung von $min\{Anz_{min}(11 - Betr(m_i)) \mid 1 \leq i \leq 4\}$ bestimmt werden.

Aufgabe 6:

In der Vorlesung wurde ein Lemma angegeben, dass für ungerichtete Graphen besagt: Die Summe der Knotengrade über alle Knoten ist gleich zu der doppelten Anzahl der Kanten des Graphen. Geben Sie ein vergleichbares Lemma für gerichtete Graphen an, das Eingangsgrade und Ausgangsgrade verwendet und begründen Sie ihre Antwort.

Aufgabe 7:

Ist die Folge (7 6 4 3 3 3 2 2) die Gradsequenz eines ungerichteten Graphen? Verwenden Sie zur Lösung den Satz von Havel-Hakim.

Aufgabe 8:

Für die Gradsequenz (4 4 2 1 1) wurde in der Vorlesung begründet, dass es keinen ungerichteten Graphen mit dieser Gradsequenz gibt.
Gibt einen Multigraphen mit der Gradsequenz:

- (4 4 2 1 1)?
- (4 4 2 2 1)?

Falls ja, geben Sie den Multigraphen an. Falls nein, begründen Sie Ihre Antwort.
Beachten Sie: Mehrfachkanten zählen bei der Berechnung der Grade in einem Multigraphen mehrfach.