

7. Übung für die Vorlesung “Einführung in die Informatik”

Aufgabe 16:

Welche der folgenden Formeln sind erfüllbar, unerfüllbar oder allgemeingültig? Begründen Sie ihre Antwort.

(a) $\varphi_a = ((\neg q \rightarrow r) \vee (q \leftrightarrow r))$

(b) $\varphi_b = (\neg q \wedge (p \rightarrow \neg p))$

(c) $\varphi_c = ((\neg q \rightarrow r) \wedge (p \rightarrow \neg p) \wedge q)$

Aufgabe 17:

Geben sei die Formelmenge $\Gamma = \{(a \rightarrow b), (c \vee a), (\neg b \vee c)\}$.

(a) $\varphi_a = (\neg a \vee c)$. Gilt $\Gamma \models \varphi_a$?

(b) $\varphi_b = (\neg b \wedge c)$. Gilt $\Gamma \models \varphi_b$?

(c) $\varphi_c = (b \vee c)$. Gilt $\Gamma \models \varphi_c$?

Aufgabe 18:

Geben Sie für die Formel

$$\varphi = \left(p \wedge \left(\left(\neg r \wedge ((q \wedge \neg p) \vee r) \right) \vee \left(r \wedge (p \vee \neg q) \wedge ((\neg p \wedge \neg r) \vee (p \wedge r)) \right) \right) \right)$$

ein vollständiges semantisches Tableau an. Ist φ erfüllbar?

Aufgabe 19:

Prozedur Berechne!(A)

Input: Liste mit Formeln in NNF

```
1: if  $(\varphi_1 \wedge \varphi_2) \in A$  und  $(\varphi_1 \notin A$  oder  $\varphi_2 \notin A)$  then
2:    $A' := A \cup \{\varphi_1, \varphi_2\}$ 
3:   if Variablen-OK?( $A'$ ) then
4:     return Berechne!( $A'$ )
5:   else
6:     return false
7:   end if
8: else if  $(\varphi_1 \vee \varphi_2) \in A$  und  $(\varphi_1 \notin A$  und  $\varphi_2 \notin A)$  then
9:    $A_1 := A \cup \{\varphi_1\}$ 
10:   $A_2 := A \cup \{\varphi_2\}$ 
11:  if Variablen-OK?( $A_1$ ) then
12:     $R_1 :=$  Berechne!( $A_1$ )
13:  else
14:     $R_1 :=$  false
15:  end if
16:  if Variablen-OK?( $A_2$ ) then
17:     $R_2 :=$  Berechne!( $A_2$ )
18:  else
19:     $R_2 :=$  false
20:  end if
21:  return  $R_1 \vee R_2$ 
22: else
23:  return Variablen-OK?( $A$ )
24: end if
```

Prozedur Variablen-OK? (A)

Input: Liste mit Formeln

```
1:  $V := \{Var(\varphi) \mid \varphi \in A\}$ 
2: for  $v \in V$  do
3:   if  $\{v, \neg v\} \in A$  then
4:     return false
5:   else
6:     return true
7:   end if
8: end for
```

Sei φ eine Formel in NNF. Begründen Sie warum die Funktion Berechne! für $\{\varphi\}$ entscheidet, ob φ erfüllbar ist oder nicht. (Was ermitteln die Prozeduren Variablen-OK? und Berechne! ?)