

## 7. Übung für die Vorlesung “Einführung in die Informatik”

### Aufgabe 16:

Welche der folgenden Formeln sind erfüllbar, unerfüllbar oder allgemeingültig? Begründen Sie ihre Antwort.

(a)  $\varphi_a = ((\neg q \rightarrow r) \vee (q \leftrightarrow r))$

(b)  $\varphi_b = (\neg q \wedge (p \rightarrow \neg p))$

(c)  $\varphi_c = ((\neg q \rightarrow r) \wedge (p \rightarrow \neg p) \wedge q)$

### Aufgabe 17:

Geben sei die Formelmenge  $\Gamma = \{(a \rightarrow b), (c \vee a), (\neg b \vee c)\}$ .

(a)  $\varphi_a = (\neg a \vee c)$ . Gilt  $\Gamma \models \varphi_a$ ?

(b)  $\varphi_b = (\neg b \wedge c)$ . Gilt  $\Gamma \models \varphi_b$ ?

(c)  $\varphi_c = (b \vee c)$ . Gilt  $\Gamma \models \varphi_c$ ?

### Aufgabe 18:

Geben Sie für die Formel

$$\varphi = \left( p \wedge \left( \left( \neg r \wedge ((q \wedge \neg p) \vee r) \right) \vee \left( r \wedge (p \vee \neg q) \wedge ((\neg p \wedge \neg r) \vee (p \wedge r)) \right) \right) \right)$$

ein vollständiges semantisches Tableau an. Ist  $\varphi$  erfüllbar?

## Aufgabe 19:

---

### Prozedur Berechne!( $A$ )

**Input:** Liste mit Formeln in NNF

```
1: if  $(\varphi_1 \wedge \varphi_2) \in A$  und  $(\varphi_1 \notin A$  oder  $\varphi_2 \notin A)$  then
2:    $A' := A \cup \{\varphi_1, \varphi_2\}$ 
3:   if Variablen-OK?( $A'$ ) then
4:     return Berechne!( $A'$ )
5:   else
6:     return false
7:   end if
8: else if  $(\varphi_1 \vee \varphi_2) \in A$  und  $(\varphi_1 \notin A$  und  $\varphi_2 \notin A)$  then
9:    $A_1 := A \cup \{\varphi_1\}$ 
10:   $A_2 := A \cup \{\varphi_2\}$ 
11:  if Variablen-OK?( $A_1$ ) then
12:     $R_1 :=$  Berechne!( $A_1$ )
13:  else
14:     $R_1 :=$  false
15:  end if
16:  if Variablen-OK?( $A_2$ ) then
17:     $R_2 :=$  Berechne!( $A_2$ )
18:  else
19:     $R_2 :=$  false
20:  end if
21:  return  $R_1 \vee R_2$ 
22: else
23:  return Variablen-OK?( $A$ )
24: end if
```

### Prozedur Variablen-OK? ( $A$ )

**Input:** Liste mit Formeln

```
1:  $V := \{Var(\varphi) \mid \varphi \in A\}$ 
2: for  $v \in V$  do
3:   if  $\{v, \neg v\} \in A$  then
4:     return false
5:   else
6:     return true
7:   end if
8: end for
```

---

Sei  $\varphi$  eine Formel in NNF. Begründen Sie warum die Funktion Berechne! für  $\{\varphi\}$  entscheidet, ob  $\varphi$  erfüllbar ist oder nicht. (Was ermitteln die Prozeduren Variablen-OK? und Berechne! ?)