TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Fakultät Informatik Institut für Theoretische Informatik, Lehrstuhl für Automatentheorie

Theoretische Informatik und Logik

Repetitorium I

Sommersemester 2014

Aufgabe 1

Wiederholen Sie die Begriffe: Satz, These, Church'sche These, deterministische und nichtdeterministische Turingmaschine, nichtdeterministische 1-Band-Turingmaschine, nichtdeterministische k-Band Turingmaschine, nichtdeterministische Turingmaschine mit k Spuren.

Aufgabe 2

Geben Sie eine Turingmaschine $\mathcal{A}_{exp}$ an, die die Funktion
$f : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$, $(x, y) \mapsto x^y$ berechnet. Man verwende dazu in geeigneter Weise eine 2-Band-Turingmaschine.
Hinweis:
Offensichtlich muss die Funktion f auf die Multiplikation zurückgeführt werden. Es ist sinnvoll, zusätzliche Symbole in Γ zu verwenden.

Aufgabe 3

Geben Sie eine Turingmaschine $\mathcal{A}_{mod2}$ an, die die Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, $x \mapsto x \bmod 2$ berechnet. Benutzen Sie die unäre Kodierung für natürliche Zahlen aus der Vorlesung.

Aufgabe 4

a) Zeigen Sie für die Funktion $f_1 : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, $x \mapsto 2^x$, dass sie primitiv rekursiv ist.

b) Zeigen Sie für die Funktion $f_2 : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, $x \mapsto \lceil \sqrt{x} \rceil$, dass sie μ-rekursiv ist.

Die aus der Vorlesung bekannten primitiv rekursiven Funktionen Addition, modifizierte Differenz und Multiplikation können dabei verwendet werden.

Aufgabe 5

Gegeben sind die Sprachen L_1, L_2 und L_3. Die Sprache L_1 ist entscheidbar und die Sprache L_2 rekursiv aufzählbar.

Beweisen oder widerlegen Sie:

a) $L_3 \subseteq L_1 \Rightarrow L_3$ ist entscheidbar.

b) $L_1 \subseteq L_3 \Rightarrow L_3$ ist entscheidbar.

c) $L_3 \subseteq L_2 \Rightarrow L_3$ ist rekursiv aufzählbar.

d) $L_2 \subseteq L_3 \Rightarrow L_3$ ist rekursiv aufzählbar.

Aufgabe 6

a) Beschreiben Sie mit eigenen Worten die Klasse der Probleme, die in P liegen.

b) Beschreiben Sie mit eigenen Worten die Klasse der Probleme, die in NP liegen.

c) Beschreiben Sie mit eigenen Worten die Klasse der Probleme, die in $PSPACE$ liegen.

d) Erläutern Sie, warum $P \subseteq NP \subseteq PSPACE$ gilt.

e) Es sei $\mathcal{C} \in \{NP, PSPACE\}$. Beschreiben Sie, wann ein Problem P „in $\mathcal{C}$", „$\mathcal{C}$-hart" bzw. „$\mathcal{C}$-vollständig" ist.