



## Theoretische Informatik und Logik Repetitorium III

Sommersemester 2014

### Aufgabe 1

Sind die folgenden Aussagen jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

- Die Ackermannfunktion wächst schneller als jede *WHILE*-berechenbare Funktion.
- $UNIV$  gehört zu  $\mathcal{L}_0$ .
- Entsprechend zur Definition von *NP*-vollständig kann man auch *PSPACE*-vollständig definieren.
- Das Erfüllbarkeitsproblem für aussagenlogische Formeln ist nicht entscheidbar.
- Das *Mengenüberdeckungsproblem* liegt in der Klasse *P*.
- Es ist entscheidbar, ob eine Turingmaschine  $\mathcal{A}$  nur Wörter  $w$  akzeptiert, die Palindrome sind, d.h.  $w = \overleftarrow{w}$  mit  $w = a_1 \dots a_n$ ,  $\overleftarrow{w} = a_n \dots a_1$ ,  $a_i \in \Sigma$  und  $1 \leq i \leq n$ .
- Sei  $\phi = (\exists x.P(x)) \rightarrow (\forall x.P(x))$ . Für jede Struktur  $\mathcal{A} = (\Delta^{\mathcal{A}}, \cdot^{\mathcal{A}})$  mit  $|\Delta^{\mathcal{A}}| = 1$  gilt  $\mathcal{A} \models \phi$ .
- Das Herbrand-Universum einer Formel in Skolemform enthält immer unendlich viele Elemente.

### Aufgabe 2

Besitzen folgende Instanzen  $P_1$ ,  $P_2$  des Postschen Korrespondenzproblems *PKP* eine Lösung oder nicht? Geben Sie ggf. die Indexfolge einer Lösung an oder begründen Sie, warum es keine Lösung gibt.

- $P_1 = (a, aba), (b, bab), (abab, ab)$
- $P_2 = (ba, bab), (abb, bb), (bab, abb)$

### Aufgabe 3

- Simulieren Sie das *LOOP*-Konstrukt über ein *WHILE*-Programm (ohne *LOOP*-Schleife). Benutzen Sie dazu  $y$  als neue Variable.
- Geben Sie ein *LOOP*-Programm an, das die Funktion

$$f : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}, (x, y) \mapsto \begin{cases} 0, & \text{falls } x = y \\ 1, & \text{falls } x > y \\ 2, & \text{sonst} \end{cases}$$

berechnet und erklären Sie seine Arbeitsweise. Verwenden Sie dabei nur als Wertzuweisungen  $x_i := x_j + c$  und  $x_i := x_j \div c$ , die in der Vorlesung in der Definition der Syntax von LOOP-Programmen definiert wurden - also keine weiteren Abkürzungen.

b) Ist  $f$  primitiv-rekursiv? Geben Sie eine kurze Begründung an.

#### Aufgabe 4

Gegeben sind die Formeln  $\psi$  und  $\phi$ . Die Variable  $x$  kommt in  $\psi$  nicht frei vor. Zeigen Sie, dass gilt:

$$(\forall x.\phi) \wedge \psi \equiv \forall x.(\phi \wedge \psi).$$

#### Aufgabe 5

Gegeben sind die Formeln

$$\begin{aligned}\phi &= \forall x.P(x) \text{ und} \\ \psi &= \forall x.\exists y.Q(x, f(y)).\end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass beide Formeln erfüllbar, aber nicht allgemeingültig sind.

#### Aufgabe 6

Geben Sie für die Formel

$$\phi = (\forall x.\exists y.P(x, g(y, f(x))) \vee \neg Q(z)) \vee \neg \forall x.R(x, y)$$

- die zu  $\phi$  äquivalente, bereinigte Formel,
- die zu  $\phi$  äquivalente Formel in Pränexform und
- die zu  $\phi$  erfüllbarkeitsäquivalente Formel in Skolemform an.