



# Theoretische Informatik und Logik

## 1. Übungsblatt

Sommersemester 2014

### Hinweis

Folgende Aufgaben dienen der Selbstkontrolle und werden in der Übung nicht besprochen.

- \*) Wiederholen Sie die Begriffe: Satz, These, Church'sche These, deterministische und nichtdeterministische Turingmaschine, nichtdeterministische 1-Band-Turingmaschine, nichtdeterministische  $k$ -Band Turingmaschine, nichtdeterministische Turingmaschine mit  $k$  Spuren.
- \*\*\*) Geben Sie eine Turingmaschine  $\mathcal{A}_{exp}$  an, die die Funktion  $f : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $(x, y) \mapsto x^y$  berechnet. Man verwende dazu in geeigneter Weise eine 2-Band-Turingmaschine.

*Hinweis:*

Offensichtlich muss die Funktion  $f$  auf die Multiplikation zurückgeführt werden. Es ist sinnvoll, zusätzliche Symbole in  $\Gamma$  zu verwenden.

### Aufgabe 1

- a) Zeigen Sie, dass die Menge  $\mathbb{Z}$  der ganzen Zahlen abzählbar ist.
- b) Zeigen Sie, dass die Menge  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  abzählbar ist.
- c) Zeigen Sie, dass für jedes endliche Alphabet  $\Sigma$  die Menge  $\Sigma^*$  abzählbar ist.

### Aufgabe 2

Geben Sie eine Turingmaschine  $\mathcal{A}_{mul}$  an, die die Funktion  $f : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $(x, y) \mapsto x \cdot y$  berechnet. Benutzen Sie die unäre Kodierung für natürliche Zahlen aus der Vorlesung.

### Aufgabe 3

Zeigen Sie:

Eine Sprache  $L$  wird genau dann von einer Turingmaschine mit beidseitig unendlichem Band erkannt, wenn  $L$  von einer Turingmaschine mit einseitig unendlichem Band erkannt wird.

*Hinweis:*

Eine Turingmaschine  $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \Delta, F)$  arbeitet mit einseitig unendlichem Band, wenn das Folgende gilt:

- a)  $\zeta \in \Gamma \setminus \Sigma$ .
- b) Die Akzeptanzbedingung wird so modifiziert, dass  $\zeta$  immer links des Eingabewortes steht, d. h.  $L(\mathcal{A}) = \{w \mid \zeta q_0 w \vdash_{\mathcal{A}}^* k \text{ für eine akzeptierende Stoppkonfiguration } k\}$ .
- c) Übergänge  $(q, \zeta, \dots)$  sind nur in der Form  $(q, \zeta, \zeta, r, q')$  erlaubt, d. h.  $\zeta$  darf nicht überschrieben und nicht überschritten werden.