TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Fakultät Informatik Institut für Theoretische Informatik, Lehrstuhl für Automatentheorie

Theoretische Informatik und Logik

4. Übungsblatt

Sommersemester 2014

Hinweis

Folgende Aufgabe dient der Selbstkontrolle und wird in der Übung nicht besprochen.

*) Gegeben ist die Funktion $f : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$ mit

$$f(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x \geq 1 \text{ und } \text{ x teilt y,} \\ 0 & \text{falls } x \geq 1 \text{ und } \text{ x teilt y nicht,} \\ \text{undefiniert} & \text{sonst} \end{cases}$$

a) Geben Sie für f ein *WHILE*-Programm an.

b) Zeigen Sie mithilfe des μ-Operators, dass f eine μ-rekursive Funktion ist.

Aufgabe 1

a) Zeigen Sie unter Verwendung des Schemas der primitiven Rekursion, dass die Funktion p mit

$$p: \quad \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}, \; p(x,y) = x^y$$

primitiv rekursiv ist. Das Schema der primitiven Rekursion der Multiplikation aus der Vorlesung gilt dabei als gegeben.

b) Zeigen Sie unter Verwendung des μ-Operators, dass die Funktion f mit

$$f: \; \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}, \; f(x,y) = \begin{cases} \sqrt[3]{x \cdot y} & \text{falls } \sqrt[3]{x \cdot y} \in \mathbb{N}, \\ \text{undefiniert} & \text{sonst} \end{cases}$$

μ-rekursiv ist.

Aufgabe 2

Geben Sie ein LOOP-Programm an, das die Funktion f mit

$$f:\ \mathbb{N} \to \mathbb{N},\ f(x) = x^3 + 2x^2 + 3$$

berechnet und erklären Sie seine Arbeitsweise. Sie dürfen zusätzlich zu der in der Vorlesung definierten Syntax nur die Wertzuweisung $x_i := x_j + x_k$ verwenden.

Aufgabe 3

Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.

a) Die Ackermannfunktion wächst schneller als jede durch ein LOOP-Programm berechenbare Funktion.

b) Jedes LOOP-Programm terminiert.

c) Zu jedem WHILE-Programm gibt es ein äquivalentes LOOP-Programm.

d) Die Anzahl der Ausführungen von P in der LOOP-Schleife

$$\text{LOOP } x_i \text{ DO } P \text{ END}$$

kann beeinflusst werden, indem x_i in P entsprechend modifiziert wird.

e) Die Ackermannfunktion ist total und damit LOOP-berechenbar.

f) Jede partielle Funktion ist μ-rekursiv.