TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Fakultät Informatik Institut für Theoretische Informatik, Lehrstuhl für Automatentheorie

Theoretische Informatik und Logik

7. Übungsblatt

Sommersemester 2014

Hinweis

Folgende Aufgabe dient der Selbstkontrolle und wird in der Übung nicht besprochen.

*) a) Beschreiben Sie mit eigenen Worten die Klasse der Probleme, die in *P* liegen.

b) Beschreiben Sie mit eigenen Worten die Klasse der Probleme, die in *NP* liegen.

c) Beschreiben Sie mit eigenen Worten die Klasse der Probleme, die in *PSPACE* liegen.

d) Erläutern Sie, warum $P \subseteq NP \subseteq PSPACE$ gilt.

e) Es sei $\mathcal{C} \in \{NP, PSPACE\}$. Beschreiben Sie, wann ein Problem P „in $\mathcal{C}$“, „$\mathcal{C}$-hart“ bzw. „$\mathcal{C}$-vollständig“ ist.

Aufgabe 1

Sei $L = \{a^z \mid z \in \mathbb{N}, z \text{ ist keine Primzahl}\}$.

Zeigen Sie, dass $L \in NP$ gilt.

Aufgabe 2

Bei dem Problem *Prob01* sind zwei gerichtete Graphen $G_1 = (V_1, E_1)$ und $G_2 = (V_2, E_2)$ sowie eine positive ganze Zahl k gegeben.

Gefragt ist, ob es Teilmengen $V_1' \subseteq V_1$ und $V_2' \subseteq V_2$ mit $|V_1'| = |V_2'| = k$ sowie eine Bijektion $f : V_1' \to V_2'$ gibt, so dass für $f(u) = u'$ und $f(v) = v'$ gilt:

$$(u, v) \in E_1 \text{ gdw. } (u', v') \in E_2 \ .$$

a) Zeigen Sie, dass $Prob01 \in NP$ gilt.

b) Zeigen Sie, dass *Prob01* *NP*-hart ist, in dem Sie das aus der Vorlesung bekannte Problem *Clique* auf das Problem *Prob01* reduzieren.

Aufgabe 3

Das Problem *Prob02* ist wie folgt definiert:

Gegeben ist eine aussagenlogische Formel F mit n Variablen.

Gefragt ist, ob es eine erfüllende Belegung für F gibt, bei der mindestens die Hälfte aller in F vorkommenden Variablen mit *wahr* ($= 1$) belegt ist.

a) Zeigen Sie, dass *Prob02* $\in$ *NP* gilt.

b) Zeigen Sie, dass *Prob02* *NP*-hart ist.

Aufgabe 4

Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.

a) Falls $P \neq NP$ gilt, dann auch $P \cap NP = \emptyset$.

b) Es gibt Probleme, die *NP*-hart sind, aber nicht *NP*-vollständig.

c) Polynomielle Reduzierbarkeit ist nicht transitiv.

d) Ist $L_2 \in P$ und gilt $L_1 \leq_p L_2$, so ist auch L_1 in P.

e) Ist L_1 *NP*-vollständig und gilt $L_1 \leq_p L_2$, so ist auch L_2 *NP*-vollständig.

f) Ist L_2 *NP*-vollständig und gilt $L_1 \leq_p L_2$, so ist auch L_1 *NP*-vollständig.