TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Fakultät Informatik Institut für Theoretische Informatik, Lehrstuhl für Automatentheorie

Theoretische Informatik und Logik

12. Übungsblatt

Sommersemester 2014

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass Allgemeingültigkeit von Formeln der Prädikatenlogik erster Stufe in Skolemform entscheidbar ist.

Aufgabe 2

Gegeben sind die folgenden Formeln in Skolemform:

$$\phi := \forall x.\forall y.\forall z.P(x, f(y), g(z, x))$$
$$\psi := \forall x.\forall y.(P(a, f(a, x, y)) \vee Q(b))$$

a) Geben Sie die zugehörigen Herbrand-Universen Δ_ϕ und Δ_ψ an.

b) Geben Sie je ein Herbrand-Modell an oder begründen Sie, warum kein Herbrand-Modell existiert.

c) Geben Sie die Herbrand-Expansionen $HE(\phi)$ und $HE(\psi)$ an.

Aufgabe 3

Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.

a) Zwei prädikatenlogische Formeln ϕ und ψ sind äquivalent, wenn die Biimplikation $\phi \leftrightarrow \psi$ allgemeingültig ist.

b) Jede erfüllbare Formel der Prädikatenlogik erster Stufe hat ein endliches Modell.

c) Jede erfüllbare Formel der Prädikatenlogik erster Stufe hat ein abzählbares Modell.

d) Endliche Erfüllbarkeit von Formeln der Prädikatenlogik erster Stufe ist entscheidbar.

e) Die Formel $\forall x.(P(x, y) \rightarrow \exists z.Q(x, y, z))$ gehört zum bewachten Fragment GF.

f) Die Formel $\forall x.\forall y.\forall z.((R(x, y) \wedge R(y, z)) \rightarrow R(x, z))$ hat eine äquivalente Formel im Zwei-Variablen-Fragment FO^2.

g) Jede Skolemformel hat höchstens eine Herbrand-Interpretation.

h) Jede Skolemformel hat mindestens ein Herbrand-Modell.