Technische Universität Dresden
Institut für Theoretische Informatik
Professur für Automatentheorie

Sommersemester 08

Grundlagen der Theoretischen Informatik
Repetitorium I

Hinweis

Ziel des Repetitoriums ist es, ausgewählte Kapitel der Vorlesung zu wiederholen, indem den Teilnehmern die auf den Übungsblättern mit *) gekennzeichneten Aufgaben vorgerechnet werden, auf Schwerpunkte der Vorlesung eingegangen wird und Fragen dazu diskutiert werden können.

Aufgabe 1

Wiederholen Sie die Begriffe Transitionssystem, NEA mit Wortübergängen, ε-NEA, ε-Übergang, formale Sprache, unendliche Menge endlicher Wörter, deterministischer endlicher Automat, Potenzmengenkonstruktion, erreichbarer Zustand, äquivalente Zustände, Quotientenautomat, reduzierter Automat und Nerode–Rechtskongruenz.

Aufgabe 2

Geben Sie für jede der folgenden formalen Sprachen L_i über $\Sigma = \{a, b\}$ einen NEA $\mathcal{A}_i$ an, welcher L_i akzeptiert:

- L_1 ist die Menge der Wörter, die mit a beginnen und auf a enden und die aus mindestens zwei Zeichen bestehen.
- L_2 ist die Menge der Wörter, die eine gerade Anzahl des Zeichens a und eine gerade Anzahl des Zeichens b enthalten (0 ist auch eine gerade Zahl).

Aufgabe 3

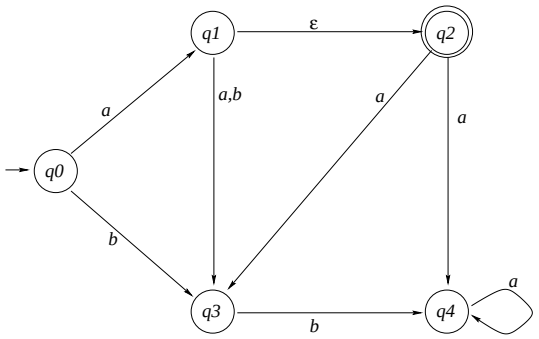
Es sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. Geben Sie NEAs $\mathcal{A}_1$, $\mathcal{A}_2$ an mit

a) $L(\mathcal{A}_1) = \{w \in \Sigma^* \mid (|w|_a$ ist ungerade und $|w|_b$ ist gerade) oder
es gibt $u, v \in \Sigma^*$ mit $w = ucccv\}$

b) $L(\mathcal{A}_2) = \{w \in \Sigma^* \mid$ (es gibt $u, v \in \Sigma^*$ mit $w = ubabcv$ und es gibt
$u, v \in \Sigma^*$ mit $w = ucccv$) und
es gibt kein $u \in \Sigma^*$ mit $w = au\}$

Aufgabe 4

Der ε-NEA $\mathcal{A}$ sei wie folgt gegeben:



a) Konstruieren Sie einen zu $\mathcal{A}$ äquivalenten DEA $\mathcal{A}'$.

b) Geben Sie den zu $\mathcal{A}'$ reduzierten DEA $\mathcal{A}'_{\text{red}}$ an.

Aufgabe 5

Um mit Hilfe des Pumping-Lemmas zu zeigen, dass eine Sprache L nicht erkennbar ist, zeigt man, dass für sie die Aussage des Pumping-Lemmas nicht gilt.
Zeigen Sie, dass die Sprache $L = \{a^i b a^i b \,|\, i \in \mathbb{N}\}$ nicht erkennbar ist.

Aufgabe 6

Geben Sie mindestens 3 zweistellige und 2 einstellige Operationen op an, so dass gilt: Sind L_1 und L_2 erkennbar, so auch $L_1 \mathsf{op} L_2$ (bzw. $\mathsf{op}(L_1)$) und überlegen Sie sich jeweils, wie man aus NEAs $\mathcal{A}_i$ mit $L(\mathcal{A}_i) = L_i$ einen NEA für $L_1 \mathsf{op} L_2$ (bzw. $\mathsf{op}(L_1)$) konstruiert.

Aufgabe 7

Gegeben seien die Grammatiken G_1 und G_2:

- $G_1 = (N, \Sigma, P, S)$ mit
  $N = \{S, B, C\}$,
  $\Sigma = \{a, b, c\}$ und
  $P = \{S \to \varepsilon,\ S \to aS,\ S \to B,\ B \to \varepsilon,\ B \to bB,\ B \to C,\ C \to \varepsilon,\ C \to Cc\}$
- $G_2 = (N, \Sigma, P, S)$ mit
  $N = \{S, B, C, D\}$,
  $\Sigma = \{a, b, c\}$ und
  $P = \{S \to aSBC,\ S \to abC,\ CB \to DB,\ DB \to DC,\ DC \to BC,$
  $C \to c,\ bB \to bb\}$

Geben Sie für jede Grammatik $G \in \{G_1, G_2\}$ jeweils

a) das maximale i an, so dass G eine Typ-i Grammatik ist und

b) das maximale j an, so dass $L(G)$ eine Typ-j Sprache ist.

Begründen Sie die Wahl der i und j (vergessen Sie nicht zu formulieren, warum sie maximal sind).