Technische Universität Dresden
Institut für Theoretische Informatik
Professur für Automatentheorie

Sommersemester 2008

Grundlagen der Theoretischen Informatik I

1. Übungsblatt

Hinweis

Die Aufgaben *) und **) dienen der Selbstkontrolle und werden in der Übung nicht besprochen.

*) Es sei $\Sigma_1 = \{a, b, c\}$ und $\Sigma_2 = \{0, 1\}$. Beschreiben Sie folgende Mengen verbal oder durch Aufzählung:

$\Sigma_1{}^*$, $\Sigma_1{}^+$, $\Sigma_1{}^2$, $\Sigma_1 \cdot (\Sigma_1 \cup \Sigma_2)^*$, $P(\Sigma_1)$, $P(\Sigma_1{}^*)$.

**) Beschreiben Sie folgende Mengen, die über die Operationen Vereinigung, Konkatenation und Kleene-Stern gebildet werden, verbal oder durch Aufzählung:

$\{a\} \cup \{b\} \cup \{c\}$, $\{a\} \cdot \{b\} \cdot \{c\}$, $\{a\} \cup \{b\} \cdot \{a\} \cup \{b\}$, $\{a\}^*$, $(\{a\} \cup \{b\} \cup \{c\})^*$, $(\{a\} \cdot \{b\} \cdot \{c\})^*$,
$\{a\} \cup \{a\}^* \cdot \{b\}$, $(\{0\} \cup \{1\})^*$, $(\{1\} \cup \{1\} \cdot \{0\})^*$, $(\{0\} \cup \{1\})^* \cdot \{0\} \cdot \{0\} \cdot (\{0\} \cup \{1\})^*$.

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass die folgenden Operationen auf Sprachen $\cup$, $\cdot$ und * monoton sind, d.h. aus $X_1 \subseteq Y_1$ und $X_2 \subseteq Y_2$ folgt $X_1 \cup X_2 \subseteq Y_1 \cup Y_2$, $X_1 \cdot X_2 \subseteq Y_1 \cdot Y_2$ bzw. $X_1{}^* \subseteq Y_1{}^*$.

Aufgabe 2

Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Identitäten:

a) $L_1 \cdot (L_2 \cup L_3) = L_1 \cdot L_2 \cup L_1 \cdot L_3$

b) $(\{a\} \cdot \{b\} \cup \{a\})^* \cdot \{a\} = \{a\} \cdot (\{b\} \cdot \{a\} \cup \{a\})^*$

c) $(\{a\} \cup \{b\})^* = \{a\}^* \cup \{b\}^*$

d) $\emptyset^* = \{\varepsilon\}$, $(\{\varepsilon\} \cup L)^* = L^*$, $(L^*)^* = L^*$

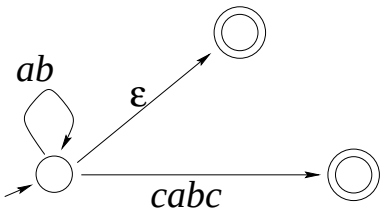
e) $(L_1{}^* \cdot L_2{}^*)^* = (L_1 \cup L_2)^*$

f) $(L_1{}^* \cup L_2{}^*)^* = (L_1 \cup L_2)^*$

g) $L \cdot L^* = L^+$, $L^* \cdot L^* = L^*$, $L^* \cup L = L^*$

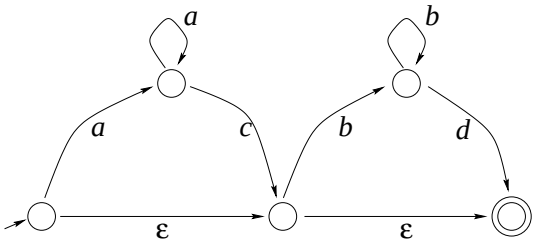
Aufgabe 3

Konstruieren Sie (siehe Beweis von Lemma 1.10. der Vorlesung) zu dem unten graphisch angegebenen NEA mit Wortübergängen eine äquivalenten ε-NEA.



Aufgabe 4

Konstruieren Sie (siehe Beweis von Lemma 1.12. der Vorlesung) zu dem unten graphisch angegebenen ε-NEA einen äquivalenten NEA.



Aufgabe 5

Geben Sie für jede der folgenden formalen Sprachen L_i ein Transitionssystem an, das L_i akzeptiert:

a) $L_0 := \{w \in \{a, \ldots, z\}^* \mid w$ enthält das Wort "theorie"$\}$

b) $L_1 := \{a^m \mid m$ ist ein Vielfaches von 3 $\}$

c) $L_2 := \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$

d) $L_3 := \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$.