Technische Universität Dresden
Institut für Theoretische Informatik
Professur für Automatentheorie

Wintersemester 08/09

Grundlagen der Theoretischen Informatik II

11. Übungsblatt

Hinweis

Folgende Aufgaben dienen der Selbstkontrolle und werden in der Übung nicht besprochen.

*) Zeigen Sie für folgende Funktionen, dass sie primitiv-rekursiv sind:
  - $f_1 : \mathbb{N} \to \mathbb{N},\ x \mapsto x^2 + 1$
  - $f_2 : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N},\ (x, y) \mapsto max(x, y)$

**) Wiederholen Sie die folgenden Begriffe: Abschlusseigenschaften von Typ-0-Sprachen, linear beschränkte Automaten, Abschlusseigenschaften von Typ-1-Sprachen, eine Funktion heißt berechenbar, eine Funktion heißt rekursiv, eine Relation heißt entscheidbar, eine Relation heißt partiell entscheidbar, eine Relation heißt rekursiv aufzählbar, primitiv rekursive Funktionen.

Aufgabe 1

Geben Sie einen geeigneten Algorithmus an, der für eine gegebene kontextsensitive Grammatik G und ein Wort w entscheidet, ob $w \in L(G)$.

Aufgabe 2

Zeigen Sie für folgende Funktionen, dass sie primitiv-rekursiv sind:

- Fakultät: $\mathbb{N} \to \mathbb{N},\ x \mapsto x!$
- modifizierte Differenz:

$$\mathbb{N}^2 \to \mathbb{N},\ (x, y) \mapsto x \dot{-} y = \begin{cases} 0, \text{ falls } x < y \\ x - y, \text{ falls } x \geq y \end{cases}$$

- Abstand:

$$\mathbb{N}^2 \to \mathbb{N},\ (x, y) \mapsto |x - y| = \begin{cases} x - y, \text{ falls } y \leq x \\ y - x, \text{ falls } x < y \end{cases}$$

Aufgabe 3

Gegeben sei ein endliches Alphabet Σ. Entwickeln Sie eine Kodierungsfunktion für Wörter, d. h. eine bijektive, berechenbare Funktion $\pi : \Sigma^* \to \mathbb{N}$, so dass auch die Umkehrfunktion $\pi^{-1} : \mathbb{N} \to \Sigma^*$ berechenbar ist.

<u>Hinweis:</u> Kodieren Sie ohne Einschränkung die Elemente von Σ mit Zahlen aus $\{0, \ldots, |\Sigma|-1\}$ und fassen Sie $w \in \Sigma^*$ als Zahl zur Basis $|\Sigma|$ auf. Achten Sie auf auftretende führende Nullen.