Technische Universität Dresden
Institut für Theoretische Informatik
Professur für Automatentheorie

Wintersemester 08/09

Grundlagen der Theoretischen Informatik II

14. Übungsblatt

Hinweis

Informationen zum Repetitorium III am 23.01.09 bzw. zum organisatorischen Ablauf und zur Raumaufteilung bei der Klausur am 2.03.2009 entnehmen Sie bitte aktuell der Lehrveranstaltungsseite

http://lat.inf.tu-dresden.de/teaching/ws2008-2009/GTHI/.

Bitte beachten Sie, dass z. B. die Raumaufteilung für die Klausur erst nach Abschluss der Einschreibung möglich ist. Bei der Klausur sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Aufgabe 1

Besitzen folgende Instanzen P_i des Postschen Korrespondenzproblems *PKP* Lösungen oder nicht?

a) $P_1 = (a, aaa), (abaaa, ab), (ab, b)$

b) $P_2 = (ab, aba), (baa, aa), (aba, baa)$

c) $P_3 = (bba, b), (ba, baa), (ba, aba), (ab, bba)$

Aufgabe 2

Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.

a) Für jede Relation R gilt genau eine der folgenden drei Eigenschaften.
   - R und $\bar{R}$ sind rekursiv und damit auch rekursiv aufzählbar.
   - R und $\bar{R}$ sind nicht rekursiv aufzählbar und damit auch nicht rekursiv.
   - Genau eine der beiden Relationen R und $\bar{R}$ ist rekursiv aufzählbar, aber nicht rekursiv, die andere ist nicht rekursiv aufzählbar.

b) Lemma 16.12 (1) gilt auch für partiell entscheidbare Relationen bzw. Lemma 16.12 (2) gilt auch für nicht partiell entscheidbare Relationen.

c) Die Menge der Instanzen des *PKP*, welche eine Lösung haben, ist rekursiv aufzählbar.

Aufgabe 3

a) Beschreiben Sie mit eigenen Worten die Klasse der Probleme, die in P sind.

b) Beschreiben Sie mit eigenen Worten die Klasse der Probleme, die in NP sind.

c) Beschreiben Sie mit eigenen Worten die Klasse der Probleme, die in $PSPACE$ sind.

d) Erläutern Sie, warum $P \subseteq NP \subseteq PSPACE$ ist.

e) Es sei $\mathcal{C} \in \{P, NP, PSPACE\}$. Beschreiben Sie, wann ein Problem P „in $\mathcal{C}$“, „$\mathcal{C}$-hart“ bzw. „$\mathcal{C}$-vollständig“ ist.

Aufgabe 4

Sei $L = \{a^z \mid z \in \mathbb{N}, z \text{ ist nicht prim}\}$.

Zeigen Sie, dass $L \in NP$.

Hinweis:
Eine Zahl z ist nicht prim, bzw. z ist zusammengesetzt, wenn z das Produkt zweier natürlicher Zahlen ist, die beide größer als 1 sind.