Technische Universität Dresden
Institut für Theoretische Informatik
Professur für Automatentheorie

03.02.2011

Formale Systeme

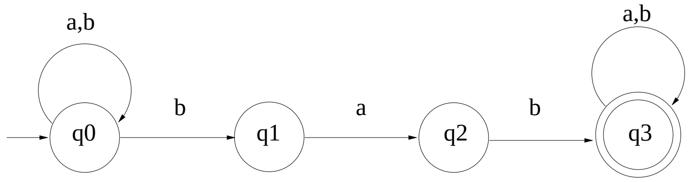
Musterklausur

Studiengänge Bachelor Informatik, Bachelor Medieninformatik und Bachelor Informationstechnik

(Modul B 270)

Aufgabe 1

Gegeben sei der folgende NEA $\mathcal{A}_1 = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, q_0, \Delta, \{q_3\})$ mit Δ:



a) Berechnen Sie mithilfe des Arden-Lemma einen regulären Ausdruck r mit $L(r) = L(\mathcal{A}_2)$.

b) Geben Sie einen DEA $\overline{\mathcal{A}_2}$ für das Komplement von L an, indem Sie aus $\mathcal{A}_1$ einen DEA $\mathcal{A}_2$ für L und aus $\mathcal{A}_2$ anschliessend den Komplementautomaten $\overline{\mathcal{A}_2}$ bilden.

Aufgabe 2

a) Gegeben seien die Grammatiken G_i:

- $G_1 = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \to aS, S \to Sb, S \to a\}, S)$
- $G_2 = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \to aS, S \to SbS, S \to a\}, S)$
- $G_3 = (\{S, B\}, \{a, b\}, \{S \to \varepsilon, S \to aSb, aS \to aB, B \to bB, B \to b\}, S)$
- $G_4 = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \to a, A \to b\}, S)$

Geben Sie für jede Grammatik G_i den maximalen Chomsky-Typ j an. Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Gegeben seien die Sprachen L_i:

- $L_1 = \{a^n b^n a^n \mid n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$
- $L_2 = \{\varepsilon, a\}$
- $L_3 = \{a^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N} \setminus \{0\}, n > m\}$
- $L_4 = L(\{a\} \cdot \{a\}^* \cdot \{b\} \cdot \{b\}^*) \setminus L_3$

Geben Sie für jede Sprache L_i den maximalen Chomsky-Typ j an. Begründen Sie Ihre Antwort. Die Darlegung der Beweisidee ist ausreichend.

Aufgabe 3

Gegeben sei die Sprache $L = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a + |w|_b = |w|_c\}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$; $|w|_a$ entspricht der Anzahl der Vorkommen von a in w.

a) Entwerfen Sie einen Kellerautomaten $\mathcal{A}$ mit $L(\mathcal{A}) = L$, der mit leerem Keller akzeptiert.

b) Welchen anderen Akzeptanzbegriff für Kellerautomaten kennen Sie aus der Vorlesung?

c) Welche Sprachklasse akzeptieren Kellerautomaten?

Aufgabe 4

Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antworten - dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

a) Es gibt eine Sprache, die von einem nichtdeterministischen Kellerautomaten erkannt wird, nicht aber von einem deterministischen Kellerautomaten.

b) Die Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ heißt Turing-akzeptierbar, falls es eine NTM $\mathcal{A}$ gibt mit $L = L(\mathcal{A})$.

c) Gegeben seien die Sprachen L_1 und L_2. Wenn L_1 und $L_1 \cap L_2$ regulär sind, dann ist L_2 auch regulär.

d) Für eine beliebige Sprache L gilt, L ist regulär, wenn es eine natürliche Zahl $n_0 \geq 1$ gibt, so dass folgende Aussage gilt: jedes Wort $w \in L$ mit $|w| \geq n_0$ läßt sich zerlegen in $w = xyz$ mit $y \neq \varepsilon, xy^k z \in L$ für alle $k \geq 0$.

e) $\vdash (p \vee q)$.

f) Wenn $\Gamma \models \varphi$ und $\Gamma \subseteq \Delta$, dann $\Delta \models \varphi$.

Aufgabe 5

Gegeben ist die Formel $\varphi = ((\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge \neg(\neg q \vee \neg p) \wedge (\neg q \vee r \vee \neg p))$.

a) Bestimmen Sie zu φ eine äquivalente Klauselmenge M.

b) Berechnen Sie $\mathit{Res}^*(M)$.

c) Ist die Formel φ erfüllbar? (mit kurzer Begründung)

Aufgabe 6

Für eine Formel φ erhält man die *duale Formel* $\widetilde{\varphi}$, indem in φ jedes Literal durch das zugehörige komplementäre Literal ersetzt wird. Für $\varphi = (p_1 \wedge \neg p_2)$ ist z.B. $\widetilde{\varphi} = (\neg p_1 \wedge p_2)$. Für eine Wertzuweisung w erhält man die *duale Wertzuweisung* $\widetilde{w}$ durch folgende Ersetzung:

$$\widetilde{w}(p) := \begin{cases} 0, & \text{falls } w(p) = 1 \\ 1, & \text{falls } w(p) = 0 \end{cases}$$

a) Sei φ eine beliebige Formel. Beweisen oder widerlegen Sie: $w(\widetilde{\varphi}) = \widetilde{w}(\varphi)$.

b) Eine Formel φ ist eine *duale Hornformel*, wenn $\widetilde{\varphi}$ eine Hornformel ist.

   Zeigen Sie folgende Aussage: Erfüllbarkeit von dualen Hornformeln ist in polynomieller Zeit entscheidbar.