Technische Universität Dresden
Institut für Theoretische Informatik
Professur für Automatentheorie

Wintersemester 2010/11

Formale Systeme

6. Übungsblatt

Hinweis

Folgende Aufgaben dienen der Selbstkontrolle und werden in der Übung nicht besprochen.

*) Es sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. Geben Sie für die folgende Sprache L einen regulären Ausdruck r mit $L = L(r)$ an.

$$L = \{w \in \Sigma^* \mid \text{es gibt } u, v \in \Sigma^* \text{ mit } w = ubabcv \text{ und}$$
$$\text{es gibt } u, v \in \Sigma^* \text{ mit } w = ucccv \text{ und}$$
$$\text{es gibt kein } u \in \Sigma^* \text{ mit } w = au\}$$

**) Welche Sprachen $L(r_i)$ werden durch folgende reguläre Ausdrücke r_i beschrieben?

(a) $r_1 = (b(b)^* + (bb)^*a)$
(b) $r_2 = ((a)^*b(a(a)^*b)^*b(a + b)^*)$
(c) $r_3 = ((a)^* + ((((a)^*(b + bb))(a(a)^*(b + bb))^*)(a)^*))$

Aufgabe 1

Untersuchen Sie folgende Quadrupel, ob sie eine Grammatik definieren. Geben Sie jeweils den maximalen Chomsky-Typ der Grammatik an und begründen Sie die Einordnung.

a) $G_1 = (N, \Sigma, P, S)$ mit
$N = \{S, A\},\ \Sigma = \{a, b\}$,
$P = \{\varepsilon \to b,\ S \to Ab\}$

b) $G_2 = (N, \Sigma, P, S)$ mit
$N = \{S\},\ \Sigma = \{a, b\}$,
$P = \{S \to aSb,\ S \to \varepsilon\}$

c) $G_3 = (N, \Sigma, P, S)$ mit
$N = \{S, X, Y\},\ \Sigma = \{a, b\}$,
$P = \{XY \to Y,\ S \to aYb,\ S \to XY,\ Y \to a\}$

d) $G_4 = (N, \Sigma, P, S)$ mit
$N = \{S, X, Y\},\ \Sigma = \{a, b\}$,
$P = \{S \to aY,\ X \to a,\ Y \to bS,\ Y \to b,\ Y \to bX\}$

e) $G_5 = (N, \Sigma, P, S)$ mit
$N = \{S, X, Y, Z\},\ \Sigma = \{a, b\}$,
$P = \{X \to b,\ Y \to aYYb,\ aY \to aZ,\ ZY \to ZX,\ S \to Y,\ Z \to a\}$

f) $G_6 = (N, \Sigma, P, S)$ mit
$N = \{S, W, X, Y, Z\},\ \Sigma = \{a, b\},$
$P = \{X \to b,\ Y \to aYYb,\ aY \to aZ,\ ZY \to ZX,\ S \to Y,\ S \to \varepsilon,\ Z \to a,\ W \to S\}$

Aufgabe 2

Gegeben sind die Grammatiken:

$G_1 = (N, \Sigma, P, S)$ mit
$N = \{S, T\},\ \Sigma = \{a, b\},$
$P = \{S \to aT,\ S \to \varepsilon, T \to Sb\}$

$G_2 = (N, \Sigma, P, S)$ mit
$N = \{S, A, B\},\ \Sigma = \{a, b\},$
$P = \{S \to SAS,\ S \to SBBS,\ S \to \varepsilon,\ A \to a,\ B \to b\}$

$G_3 = (N, \Sigma, P, S)$ mit
$N = \{S, A, B\},\ \Sigma = \{a, b\},$
$P = \{S \to A,\ S \to \varepsilon,\ A \to ab,\ A \to aBb,\ aB \to aaBb,\ aB \to a\}$

$G_4 = (N, \Sigma, P, S)$ mit
$N = \{S, T\},\ \Sigma = \{a, b\},$
$P = \{S \to aSb,\ S \to aTb,\ S \to \varepsilon,\ aTb \to T,\ aTb \to S\}.$

Geben Sie zu jeder dieser Grammatiken G_k

- das maximale i an, so dass G_k eine Grammatik vom Typ-i ist und
- das maximale j an, so dass $L(G_k)$ eine Typ-j Sprache ist. Beschreiben Sie zuvor $L(G_k)$.

Aufgabe 3

Betrachten Sie die Grammatik $G_0 = (\{S, T, U, V, R\}, \{a, b\}, P_0, S)$ mit

$$P_0 = \{S \longrightarrow \varepsilon, S \longrightarrow aSb, S \longrightarrow T, S \longrightarrow R, T \longrightarrow bbT, T \longrightarrow U, U \longrightarrow aaU, \\ U \longrightarrow bbT, V \longrightarrow bSa, R \longrightarrow \varepsilon, R \longrightarrow bSa\}$$

a) Geben Sie zu G_0 alle nicht-terminierenden Symbole und nicht-erreichbaren Symbole an und geben Sie eine zu G_0 äquivalente reduzierte Grammatik G_1 an.

b) Konstruieren Sie eine Grammatik G_2 mit $L(G_2) = L(G_1) \setminus \{\varepsilon\}$, die keine Regeln der Form $A \longrightarrow \varepsilon$ für $A \in N$ enthält.

c) Geben Sie eine zu G_1 äquivalente ε-freie Grammatik G_3 an. Erweitern Sie dazu, wenn nötig, die Grammatik G_2 um ein neues Startsymbol S_3 und entsprechende Regeln.

d) Geben Sie zu G_3 eine äquivalente Grammatik G_4 an, die keine Produktionen der Form $A \longrightarrow B$ mit Nichtterminalsymbolen A, B enthält.

e) Geben Sie zu G_4 eine äquivalente Grammatik G_5 in Chomsky-Normalform an.