Technische Universität Dresden
Institut für Theoretische Informatik
Professur für Automatentheorie

Wintersemester 2010/11

Formale Systeme

11. Übungsblatt

Hinweis

Folgende Aufgaben dienen der Selbstkontrolle und werden in der Übung nicht besprochen.

*) Prüfen Sie mittels Wahrheitstafeln, welche der folgenden Formeln allgemeingültig, erfüllbar oder unerfüllbar sind.

a) $(a \leftrightarrow ((a \wedge \neg a) \vee a))$
b) $((a \rightarrow b) \rightarrow (\neg a \rightarrow \neg b))$
c) $(((a \rightarrow b) \vee (c \rightarrow a)) \wedge (b \leftrightarrow a))$
d) $(((\neg a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow c)) \wedge \neg c)$

**) Zeigen Sie die Gültigkeit der folgenden Regeln:

a) Distributivitätsregel: $(\phi \vee (\psi \wedge \pi)) \equiv ((\phi \vee \psi) \wedge (\psi \vee \pi))$
b) Absorptionsregel: $(\phi \wedge (\phi \vee \psi)) \equiv \phi$

Aufgabe 1

Welche der folgenden Aussagen gelten? Verwenden Sie zur Lösung die Äquivalenzen aus dem Satz 14. 5.

a) $\neg(\neg a \vee c) \wedge ((b \wedge c) \vee \neg a)) \;\equiv\; (a \wedge (\neg c \wedge (b \vee \neg a))) \wedge (c \vee \neg a \vee (c \wedge b))$

b) $\neg(((b \wedge c) \vee \neg a) \;\rightarrow\; (\neg a \wedge b)) \;\equiv\; (a \leftrightarrow b) \wedge (c \rightarrow a)$

c) $(a \leftrightarrow \neg a) \;\equiv\; (((b \wedge c) \vee (\neg b \wedge \neg c)) \wedge (b \wedge \neg c))$

Aufgabe 2

Wir betrachten in dieser Aufgabe Formeln, die aussschliesslich den Junktor $\rightarrow$ verwenden.

a) Gegeben eine Formel ϕ, die ausschliesslich den Junktor $\rightarrow$ verwendet. Zeigen Sie: Wenn $w(p_i) = 1$ für alle $p_i \in Var(\phi)$ ist, dann ist der Wahrheitswert $w(\phi) = 1$.

b) Es sei ϕ eine allgemeine aussagenlogische Formel. Beweisen oder widerlegen Sie: ϕ ist äquivalent zu einer Formel, die aussschlieslich den Junktor $\rightarrow$ verwendet.

Aufgabe 3

Transformieren Sie die Formel $\phi = ((\neg(a \leftrightarrow b) \vee \neg(c \wedge a)) \vee \neg(c \rightarrow b))$

a) in konjunktive Normalform (KNF) und

b) in disjunktive Normalform (DNF).

Aufgabe 4

Welche der folgenden Formeln sind erfüllbar?

a) $(((((p_1 \wedge p_2) \vee p_3) \wedge p_4) \;\wedge\; (\neg p_1 \vee \neg p_3)) \;\vee\; (\neg p_2 \wedge \neg p_4))$

b) $(\neg(\neg p_1 \wedge \neg(p_2 \wedge (\neg p_1 \rightarrow p_2))) \wedge \neg p_2)$

c) $$\begin{aligned}(\; & (\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee \neg p_3 \vee p_4) \;\wedge \\ & (\neg p_5 \vee \neg p_6) \;\wedge \\ & (\neg p_7 \vee \neg p_2 \vee p_6) \;\wedge \\ & (\neg p_6 \vee \neg p_2) \;\wedge \\ & (\neg p_6 \vee \neg p_3 \vee p_2) \;\wedge \\ & (\neg p_3 \vee \neg p_4 \vee p_5) \;\wedge \\ & (\neg p_1 \vee p_7) \;\wedge \\ & (\neg p_1 \vee \neg p_7 \vee p_4) \;\wedge \\ & p_3 \;\wedge\; p_1)\end{aligned}$$

d) $$\begin{aligned}(\; & (p_1 \vee \neg p_2) \;\wedge\; (p_2 \vee \neg p_3) \;\wedge \\ & (p_3 \vee \neg p_1) \;\wedge\; (\neg p_2 \vee \neg p_3) \;\wedge\; p_1)\end{aligned}$$