

Formale Systeme

13. Übungsblatt

Hinweis

Folgende Aufgaben dienen der Selbstkontrolle und werden in der Übung nicht besprochen.

*) Prüfen Sie mittels semantischer Tableaux die folgenden Formeln auf Erfüllbarkeit:

a) $((a \vee \neg b) \rightarrow (b \wedge c)) \wedge (\neg(c \vee b) \wedge \neg(a \wedge b))$

b) $((\neg a \vee \neg b) \wedge (a \vee b)) \wedge ((\neg a \vee b) \wedge (a \vee \neg b))$

***) Transformieren Sie die Formel $\neg(\neg(a \leftrightarrow b) \rightarrow ((a \vee b) \wedge (\neg a \vee \neg b)))$ in folgende Normalformen:

a) KNF

b) DNF

Aufgabe 1

Ein vollständiges Tableau für eine Formel ϕ kann im ungünstigsten Fall $2^{n+1} - 1$ Knoten (für $n = 2 * |\text{Unt}(\phi)|$) enthalten (s. Lemma 16.4).

Geben Sie Folgen von Formeln ϕ_1, ϕ_2, \dots an, sodaß

- das zu ϕ_i gehörige, vollständige semantische Tableau in Abhängigkeit von $|\text{Unt}(\phi_i)|$ exponentiell viele Knoten hat.
- der Test auf Erfüllbarkeit von ϕ_i exponentiell viele Knoten generieren muß.

Aufgabe 2

Prüfen Sie folgende Formeln mittels Resolutionsverfahren auf Erfüllbarkeit:

a) $(b \wedge (a \vee b) \wedge (\neg b \vee c) \wedge (\neg b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee c))$

b) $\neg(c \rightarrow ((\neg a \wedge b \wedge c) \vee (a \wedge \neg b)))$

Aufgabe 3

Für eine Klauselmengemenge M , kann während der Resolution die Menge $Res^*(M)$ exponentiell in der Anzahl der Literale in M wachsen (s. Lemma 17.5).

Bestimmen Sie für $L = \{p, \neg p, q, \neg q\}$ (und $\ell = |L|$) eine Formel ϕ ,

- a) deren zugehörige Klauselmengemenge M genau $2^\ell - 1$ Klauseln besitzt.
- b) mit minimal vielen Klauseln, sodaß für die zugehörige Klauselmengemenge M gilt:
 $|Res^*(M)| = 2^\ell$.