

# Formale Systeme

## Repetitorium I

### Hinweis

Ziel des Repetitoriums ist es, ausgewählte Kapitel der Vorlesung zu wiederholen, indem den Teilnehmern die auf den Übungsblättern mit \*) gekennzeichneten Aufgaben vorgerechnet werden, auf Schwerpunkte der Vorlesung eingegangen wird und Fragen dazu diskutiert werden können.

### Aufgabe 1

- a) Es sei  $\Sigma_1 = \{a, b, c\}$  und  $\Sigma_2 = \{0, 1\}$ . Beschreiben Sie folgende Mengen verbal oder durch Aufzählung:

$$\Sigma_1^*, \Sigma_1^+, \Sigma_1^2, \Sigma_1 \cdot (\Sigma_1 \cup \Sigma_2)^*, \mathcal{P}(\Sigma_1), \mathcal{P}(\Sigma_1^*).$$

- b) Beschreiben Sie folgende Mengen, die über die Operationen Vereinigung, Konkatenation und Kleene-Stern gebildet werden, verbal oder durch Aufzählung:

$$\{a\} \cup \{b\} \cup \{c\}, \{a\} \cdot \{b\} \cdot \{c\}, \{a\} \cup \{b\} \cdot \{a\} \cup \{b\}, \{a\}^*, (\{a\} \cup \{b\} \cup \{c\})^*, \\ (\{a\} \cdot \{b\} \cdot \{c\})^*, \\ \{a\} \cup \{a\}^* \cdot \{b\}, (\{0\} \cup \{1\})^*, (\{1\} \cup \{1\} \cdot \{0\})^*, (\{0\} \cup \{1\})^* \cdot \{0\} \cdot \{0\} \cdot (\{0\} \cup \{1\})^*.$$

### Aufgabe 2

Wiederholen Sie die Begriffe Transitionssystem, NEA mit Wortübergängen,  $\varepsilon$ -NEA,  $\varepsilon$ -Übergang, formale Sprache, unendliche Menge endlicher Wörter.

### Aufgabe 3

Geben Sie für jede der folgenden formalen Sprachen  $L_i$  über  $\Sigma = \{a, b\}$  einen NEA  $\mathcal{A}_i$  an, welcher  $L_i$  akzeptiert:

- $L_1$  ist die Menge der Wörter, die mit  $a$  beginnen und auf  $a$  enden und die aus mindestens zwei Zeichen bestehen.
- $L_2$  ist die Menge der Wörter, die eine gerade Anzahl des Zeichens  $a$  und eine gerade Anzahl des Zeichens  $b$  enthalten (0 ist auch eine gerade Zahl).

#### Aufgabe 4

Wiederholen Sie die Begriffe deterministischer endlicher Automat, Potenzmengenkonstruktion, erreichbarer Zustand, äquivalente Zustände, Quotientenautomat, reduzierter Automat und Nerode-Rechtskongruenz.

#### Aufgabe 5

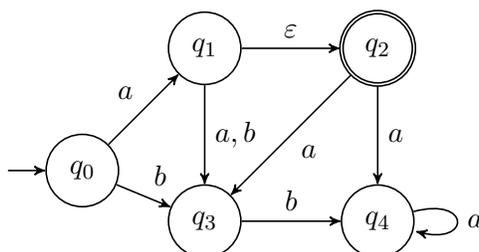
Es sei  $\Sigma = \{a, b, c\}$ . Geben Sie NEAs  $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2$  an mit

- $L(\mathcal{A}_1) = \{w \in \Sigma^* \mid (|w|_a \text{ ist ungerade und } |w|_b \text{ ist gerade}) \text{ oder es gibt } u, v \in \Sigma^* \text{ mit } w = ucccv\}$
- $L(\mathcal{A}_2) = \{w \in \Sigma^* \mid (\text{es gibt } u, v \in \Sigma^* \text{ mit } w = ubabcv \text{ und es gibt } u, v \in \Sigma^* \text{ mit } w = ucccv) \text{ und es gibt kein } u \in \Sigma^* \text{ mit } w = au\}$

#### Aufgabe 6

Es sei der  $\varepsilon$ -NEA  $\mathcal{A} = (\{q_0, \dots, q_4\}, \{a, b\}, q_0, \Delta, \{q_2\})$  gegeben.

$\Delta :$



- Konstruieren Sie einen zu  $\mathcal{A}$  äquivalenten DEA  $\mathcal{A}'$ .
- Geben Sie den zu  $\mathcal{A}'$  reduzierten DEA  $\mathcal{A}'_{\text{red}}$  an.

#### Aufgabe 7

Um mithilfe des Pumping-Lemmas zu zeigen, dass eine Sprache  $L$  nicht erkennbar ist, zeigt man, dass für sie die Aussage des Pumping-Lemmas nicht gilt.

Zeigen Sie, dass die Sprache  $L = \{a^i b a^i b \mid i \in \mathbb{N}\}$  nicht erkennbar ist.

#### Aufgabe 8

Geben Sie mindestens 3 zweistellige und 2 einstellige Operationen  $\text{op}$  an, so dass gilt: Sind  $L_1$  und  $L_2$  erkennbar, so auch  $L_1 \text{op} L_2$  (bzw.  $\text{op}(L_1)$ ) und überlegen Sie sich jeweils, wie man aus NEAs  $\mathcal{A}_i$  mit  $L(\mathcal{A}_i) = L_i$  einen NEA für  $L_1 \text{op} L_2$  (bzw.  $\text{op}(L_1)$ ) konstruiert.

#### Aufgabe 9

Es sei  $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$  ein DEA. Ergänzen Sie den Beweis von Lemma 2.9, indem Sie zeigen:

- Für alle  $\{u, v\} \subseteq \Sigma^*$  und  $q \in Q$  gilt  $\delta(q, uv) = \delta(\delta(q, u), v)$ .
- Ist  $\sim_k = \sim_{k+1}$ , so ist  $\sim_k = \sim_{\mathcal{A}}$ .