

Formale Systeme

Repetitorium IV

Hinweis

Ziel des Repetitoriums ist es, ausgewählte Kapitel der Vorlesung zu wiederholen, indem den Teilnehmern die auf den Übungsblättern mit *) gekennzeichneten Aufgaben vorgerechnet werden, auf Schwerpunkte der Vorlesung eingegangen wird und Fragen dazu diskutiert werden können.

Das Repetitorium IV bezieht sich auf die Übungsblätter 12 bis 14.

Aufgabe 1

Prüfen Sie, ob die folgenden Äquivalenzen gelten.

$$\text{a) } \left(\left((a \rightarrow \neg b) \wedge (\neg a \rightarrow (b \wedge c)) \right) \wedge ((\neg b \vee c) \rightarrow d) \right) \equiv \\ \left((\neg(a \leftrightarrow b) \wedge (a \vee c)) \wedge \neg((b \vee d) \rightarrow (c \wedge \neg d)) \right)$$

$$\text{b) } \left(((a \rightarrow b) \rightarrow a) \rightarrow a \right) \equiv \left(((a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow c)) \rightarrow \neg(\neg c \wedge a) \right)$$

$$\text{c) } \left(((b \wedge l) \rightarrow m) \wedge ((a \wedge b) \rightarrow l) \wedge a \wedge b \right) \equiv \\ \left((\neg b \wedge l \wedge \neg a \wedge b) \vee (\neg l \wedge l \wedge \neg a \wedge b) \vee (m \wedge l \wedge a \wedge b) \right)$$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie Formeln φ_a , φ_b und φ_c mit $Var(\varphi_a) = Var(\varphi_b) = Var(\varphi_c) = \{p, q, r\}$, deren Auswertungen in folgender Wahrheitstafel gegeben sind.

p	q	r	φ_a	φ_b	φ_c
0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	1	1

Aufgabe 3

Prüfen Sie mittels semantischer Tableaux die folgenden Formeln auf Erfüllbarkeit:

- a) $\left(((a \vee \neg b) \rightarrow (b \wedge c)) \wedge (\neg(c \vee b) \wedge \neg(a \wedge b)) \right)$
b) $\left(((\neg a \vee \neg b) \wedge (a \vee b)) \wedge ((\neg a \vee b) \wedge (a \vee \neg b)) \right)$

Aufgabe 4

Transformieren Sie die Formel $\neg(\neg(a \leftrightarrow b) \rightarrow ((a \vee b) \wedge (\neg a \vee \neg b)))$ in folgende Normalformen:

- a) KNF b) DNF

Aufgabe 5

Prüfen Sie mittels Resolution die folgenden Formeln auf Erfüllbarkeit:

- a) $\left(a \wedge \left((c \wedge b) \wedge ((\neg c \vee \neg b) \vee (a \wedge (c \wedge b))) \right) \right)$
b) $\left((\neg a \vee \neg b) \wedge (a \vee b) \wedge (\neg a \vee c) \wedge (a \vee \neg c) \wedge (b \vee \neg d) \wedge (\neg b \vee d) \wedge (\neg c \vee d) \wedge (c \vee \neg d) \right)$

Aufgabe 6

Stimmen die folgenden Aussagen? Begründen Sie.

- a) Wenn $\Gamma \models \psi$ und ψ eine Tautologie ist, dann ist Γ auch allgemeingültig.
b) Eine Formel φ ist eine Hornformel, wenn sie in NNF ist und aus Konjunktionen innerhalb von Disjunktionen von Literalen besteht, von denen jede höchstens ein positives Literal enthält.
c) Für $K_1 = \{a, b, c\}$ und $K_2 = \{\neg a, \neg b\}$ ist $\{c\}$ keine Resolvente.
d) Aus $\models \varphi$ folgt, dass φ allgemeingültig ist.