Technische Universität Dresden
Institut für Theoretische Informatik
Professur für Automatentheorie

23.01.2014

Formale Systeme

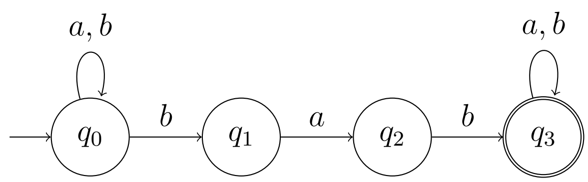
Musterklausur

Studiengänge Bachelor Informatik, Bachelor Medieninformatik und Bachelor Informationssystemtechnik

(Modul B 270)

Aufgabe 1

Gegeben sei der folgende NEA $\mathcal{A}_1 = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, q_0, \Delta, \{q_3\})$ mit Δ :



a) Berechnen Sie mithilfe des *Arden*-Lemmas einen regulären Ausdruck r mit $L(\mathcal{A}_1) = L(r)$.

b) Geben Sie einen DEA $\overline{\mathcal{A}_2}$ an, der das Komplement von L akzeptiert, indem Sie aus $\mathcal{A}_1$ einen DEA $\mathcal{A}_2$ für L und aus $\mathcal{A}_2$ anschließend den Komplementautomaten $\overline{\mathcal{A}_2}$ bilden.

Aufgabe 2

a) Gegeben seien die folgenden Grammatiken G_i mit $1 \leq i \leq 4$:

- $G_1 = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \to aS, S \to Sb, S \to a\}, S)$
- $G_2 = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \to aS, S \to SbS, S \to a\}, S)$
- $G_3 = (\{S, B\}, \{a, b\}, \{S \to \varepsilon, S \to aSb, aS \to aB, B \to bB, B \to b\}, S)$
- $G_4 = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \to a, A \to b\}, S)$

Geben Sie für jede Grammatik G_i den maximalen Chomsky-Typ j an. Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Gegeben seien die folgenden Sprachen L_i mit $1 \leq i \leq 4$:

- $L_1 = \{a^n b^n a^n \mid n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$
- $L_2 = \{\varepsilon, a\}$
- $L_3 = \{a^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N} \setminus \{0\}, n > m\}$
- $L_4 = L(\{a\} \cdot \{a\}^* \cdot \{b\} \cdot \{b\}^*) \setminus L_3$

Geben Sie für jede Sprache L_i den maximalen Chomsky-Typ j an. Begründen Sie Ihre Antwort. Die Darlegung der Beweisidee ist ausreichend.

Aufgabe 3

Gegeben sei die Sprache $L = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a + |w|_b = |w|_c\}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$, wobei $|w|_a$ der Anzahl der Vorkommen von a in w entspricht.

a) Entwerfen Sie einen Kellerautomaten $\mathcal{A}$ mit $L(\mathcal{A}) = L$, der mit leerem Keller akzeptiert.

b) Welchen anderen Akzeptanzbegriff für Kellerautomaten kennen Sie aus der Vorlesung?

c) Wann ist eine Sprache deterministisch kontextfrei?

Aufgabe 4

Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

a) Es gibt eine Sprache, die von einem nichtdeterministischen Kellerautomaten erkannt wird, nicht aber von einem deterministischen Kellerautomaten.

b) Die Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ heißt Turing-akzeptierbar, falls es eine NTM $\mathcal{A}$ gibt mit $L = L(\mathcal{A})$.

c) Gegeben seien die Sprachen L_1 und L_2. Wenn L_1 und $L_1 \cap L_2$ regulär sind, dann ist L_2 auch regulär.

d) Für eine beliebige Sprache L gilt, L ist regulär, wenn es eine natürliche Zahl $n_0 \geq 1$ gibt, so dass folgende Aussage gilt: jedes Wort $w \in L$ mit $|w| \geq n_0$ läßt sich zerlegen in $w = xyz$ mit $y \neq \varepsilon, xy^k z \in L$ für alle $k \geq 0$.

e) $\vdash (p \vee q)$?

f) Wenn $\Gamma \models \varphi$ und $\Gamma \subseteq \Delta$, dann $\Delta \models \varphi$.

Aufgabe 5

Gegeben die Formel $\varphi = ((\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge \neg(\neg q \vee \neg p) \wedge (\neg q \vee r \vee \neg p))$.

a) Bestimmen Sie die Klauselmenge M, die φ entspricht.

b) Berechnen Sie $Res^*(M)$.

c) Ist die Formel φ erfüllbar? Begründen Sie Ihre Antwort kurz.

Aufgabe 6

Für eine Formel φ erhält man die *duale Formel* $\widetilde{\varphi}$ indem jedes Literal in φ durch das zugehörige komplementäre Literal ersetzt wird. Für $\varphi = (p_1 \wedge \neg p_2)$ ist z. B. $\widetilde{\varphi} = (\neg p_1 \wedge p_2)$. Für eine Wertzuweisung w erhält man die *duale Wertzuweisung* $\widetilde{w}$ durch folgende Ersetzung:

- für $\widetilde{\varphi} = p$ mit $p \in \mathcal{P}$:

$$\widetilde{w}(p) := \begin{cases} 0 & \text{falls } w(p) = 1, \\ 1 & \text{falls } w(p) = 0 \end{cases}$$

- für $\widetilde{\varphi} = (\widetilde{\varphi_1 \circ \varphi_2})$ mit $\circ \in \{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$:
$$\widetilde{w}((\varphi_1 \circ \varphi_2)) := \circ^s(\widetilde{w}(\varphi_1), \widetilde{w}(\varphi_2))$$
- für $\widetilde{\varphi} = \widetilde{\neg\varphi_1}$:
$$\widetilde{w}(\neg\varphi_1) := \neg^s(\widetilde{w}(\varphi_1))$$

a) Sei φ eine beliebige Formel. Beweisen oder widerlegen Sie: $w(\widetilde{\varphi}) = \widetilde{w}(\varphi)$.

b) Eine Formel φ ist eine *duale Hornformel*, wenn $\widetilde{\varphi}$ eine Hornformel ist.

Zeigen Sie folgende Aussage: Erfüllbarkeit von dualen Hornformeln ist in polynomieller Zeit entscheidbar.