

Formale Systeme

1. Übungsblatt

Hinweis

Die Aufgaben *) und **) dienen der Selbstkontrolle und werden in der Übung nicht besprochen.

*) Es sei $\Sigma_1 = \{a, b, c\}$ und $\Sigma_2 = \{0, 1\}$. Beschreiben Sie folgende Mengen verbal oder durch Aufzählung:

Σ_1^* , Σ_1^+ , Σ_1^2 , $\Sigma_1 \cdot (\Sigma_1 \cup \Sigma_2)^*$, $\mathcal{P}(\Sigma_1)$, $\mathcal{P}(\Sigma_1^*)$.

**) Beschreiben Sie folgende Mengen, die über die Operationen Vereinigung, Konkatination und Kleene-Stern gebildet werden, verbal oder durch Aufzählung:

$\{a\} \cup \{b\} \cup \{c\}$, $\{a\} \cdot \{b\} \cdot \{c\}$, $\{a\} \cup \{b\} \cdot \{a\} \cup \{b\}$, $\{a\}^*$, $(\{a\} \cup \{b\} \cup \{c\})^*$,
 $(\{a\} \cdot \{b\} \cdot \{c\})^*$,
 $\{a\} \cup \{a\}^* \cdot \{b\}$, $(\{0\} \cup \{1\})^*$, $(\{1\} \cup \{1\} \cdot \{0\})^*$, $(\{0\} \cup \{1\})^* \cdot \{0\} \cdot \{0\} \cdot$
 $(\{0\} \cup \{1\})^*$.

Aufgabe 1

Sei Σ ein Alphabet. Zeigen Sie, dass die Operationen \cup , \cdot und $*$ monoton sind, d.h. für $X_1 \subseteq Y_1$ und $X_2 \subseteq Y_2$ gilt $X_1 \cup X_2 \subseteq Y_1 \cup Y_2$, $X_1 \cdot X_2 \subseteq Y_1 \cdot Y_2$ bzw. $X_1^* \subseteq Y_1^*$ mit $X_1, X_2, Y_1, Y_2 \subseteq \Sigma^*$.

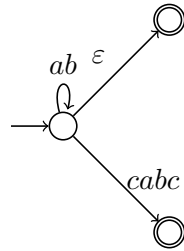
Aufgabe 2

Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Identitäten:

- $L_1 \cdot (L_2 \cup L_3) = L_1 \cdot L_2 \cup L_1 \cdot L_3$
- $(\{a\} \cdot \{b\} \cup \{a\})^* \cdot \{a\} = \{a\} \cdot (\{b\} \cdot \{a\} \cup \{a\})^*$
- $(\{a\} \cup \{b\})^* = \{a\}^* \cup \{b\}^*$
- $\emptyset^* = \{\varepsilon\}$, $(\{\varepsilon\} \cup L)^* = L^*$, $(L^*)^* = L^*$
- $(L_1^* \cup L_2^*)^* = (L_1 \cup L_2)^*$
- $L \cdot L^* = L^+$, $L^* \cdot L^* = L^*$, $L^* \cup L = L^*$

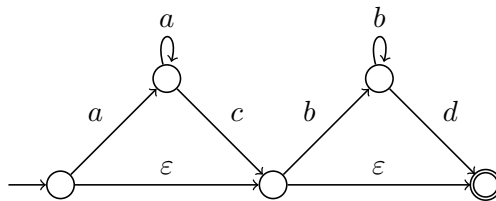
Aufgabe 3

Konstruieren Sie (siehe Beweis von Lemma 1.10. der Vorlesung) zu dem unten grafisch angegebenen NEA mit Wortübergängen $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, q_0, \Delta, F)$ einen äquivalenten ε -NEA \mathcal{A}' . Beschreiben Sie die Komponenten beider Automaten.



Aufgabe 4

Konstruieren Sie (siehe Beweis von Lemma 1.12. der Vorlesung) zu dem unten grafisch angegebenen ε -NEA $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, q_0, \Delta, F)$ einen äquivalenten NEA \mathcal{A}' . Beschreiben Sie die Komponenten beider Automaten.



Aufgabe 5

Geben Sie für jede der folgenden formalen Sprachen L_i ein Transitionssystem an, das L_i akzeptiert:

- $L_0 := \{w \in \{a, \dots, z\}^* \mid w \text{ enthält das Wort "theorie"}\}$
- $L_1 := \{a^m \mid m \text{ ist ein Vielfaches von } 3\}$
- $L_2 := \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$
- $L_3 := \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$.