Formale Systeme

2. Übungsblatt

Hinweis

Die Aufgaben *) und **) dienen der Selbstkontrolle und werden in der Übung nicht besprochen.

*) Wiederholen Sie die Begriffe Transitionssystem, NEA mit Wortübergängen, ε-NEA, ε-Übergang, formale Sprache, unendliche Menge endlicher Wörter.

**) Geben Sie für die zwei formalen Sprachen L_1 und L_2 über $\Sigma = \{a, b\}$ jeweils einen NEA $\mathcal{A}_i$ an, welcher L_i akzeptiert ($i \in \{1, 2\}$).

- L_1 ist die Menge der Wörter, die mit a beginnen und auf a enden und die aus mindestens zwei Zeichen bestehen.
- L_2 ist die Menge der Wörter, die eine gerade Anzahl des Zeichens a und eine gerade Anzahl des Zeichens b enthalten (0 ist auch eine gerade Zahl).

Aufgabe 1

Gegeben sei der endliche gerichtete Graph $G = (V, E)$ und ein Knoten $v_0 \in V$. Gesucht ist die Menge der von v_0 aus erreichbaren Knoten.

Dazu konstruiert man die folgenden Mengen V_i für $i \geq 0$ induktiv:

- $V_0 := \{v_0\}$ und
- $V_{i+1} := V_i \cup \{v \in V \mid \text{es gibt ein } v' \in V_i, \text{ sodass } (v', v) \in E\}$ für $i \geq 0$.

Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

a) Für alle $i \geq 0$ gilt, dass $V_i \subseteq V_{i+1}$.

b) Für alle $i \geq 0$ gilt, dass V_i genau die Menge der von v_0 mit einem Pfad der Länge höchstens i erreichbaren Knoten ist.

c) Es gibt ein $i \geq 0$, sodass $V_i = V_{i+1}$ gilt. Diese Menge V_i enthält genau die von v_0 aus erreichbaren Knoten.

Welche Aussage zur Anzahl der Arbeitsschritte in Abhängigkeit von der Größe von G können Sie für diesen Algorithmus machen?

Aufgabe 2

Geben Sie jeweils einen DEA $\mathcal{A}_i$ an, der die Sprache L_i akzeptiert:

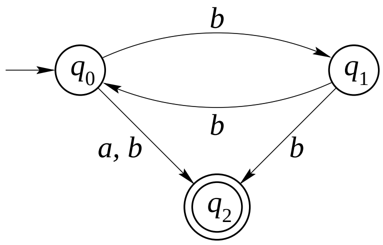
a) $L_1 = \{a^n bac^m \mid m, n > 0,\ n \text{ ist gerade und } m \text{ ist ungerade}\}$

b) $L_2 = \big\{ w \in \{0,1\}^* \mid \exists i \in \{0,1\}.\ w$ endet mit i und enthält eine ungerade Anzahl von is$\big\}$

Aufgabe 3

a) Erklären Sie, wann zwei NEAs $\mathcal{A}_1$ und $\mathcal{A}_2$ äquivalent sind.

b) Geben Sie einen DEA $\mathcal{A}'$ an, der zu folgendem NEA $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, q_0, \Delta, F)$ äquivalent ist. Für $\mathcal{A}$ ist die Übergangsrelation Δ grafisch angegeben.



Verwenden Sie die Konstruktion aus dem Beweis von Satz 2.4.

Aufgabe 4

Es sei $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$ ein DEA. Ergänzen Sie den Beweis von Lemma 2.9, indem Sie zeigen:

a) Für alle $\{u, v\} \subseteq \Sigma^*$ und $q \in Q$ gilt $\delta(q, uv) = \delta(\delta(q, u), v)$.

b) Ist $\sim_k = \sim_{k+1}$, so ist $\sim_k = \sim_{\mathcal{A}}$.