Technische Universität Dresden
Institut für Theoretische Informatik
Professur für Automatentheorie

Wintersemester 2013/14

Formale Systeme

5. Übungsblatt

Hinweis

Folgende Aufgaben dienen der Selbstkontrolle und werden in der Übung nicht besprochen.

*) Um mithilfe des Pumping-Lemmas zu zeigen, dass eine Sprache L nicht erkennbar ist, zeigt man, dass für sie die Aussage des Pumping-Lemmas nicht gilt.
Zeigen Sie, dass die Sprache $L = \{a^i b a^i b \mid i \in \mathbb{N}\}$ nicht erkennbar ist.

**) Geben Sie mindestens 3 zweistellige und 2 einstellige Operationen op an, so dass gilt: Sind L_1 und L_2 erkennbar, so auch $L_1 \mathsf{op} L_2$ (bzw. $\mathsf{op}(L_1)$) und überlegen Sie sich jeweils, wie man aus NEAs $\mathcal{A}_i$ mit $L(\mathcal{A}_i) = L_i$ einen NEA für $L_1 \mathsf{op} L_2$ (bzw. $\mathsf{op}(L_1)$) konstruiert.

Aufgabe 1

Beweisen Sie die folgenden Gleichungen für reguläre Ausdrücke r, s und t ($r = s$ bedeutet $L(r) = L(s)$):

a) $r + s = s + r$

b) $(r + s) + t = r + (s + t)$

c) $(rs)t = r(st)$

d) $r(s + t) = rs + rt$

e) $\emptyset^* = \varepsilon$

f) $(r^*)^* = r^*$

g) $r^* = rr^* + \varepsilon$

h) $(\varepsilon + r)^* = r^*$

Aufgabe 2

Geben Sie zu jedem der regulären Ausdrücke r_i einen NEA $\mathcal{A}_i$ mit $L(\mathcal{A}_i) = L(r_i)$ an.

a) $r_1 = (ab)^*$

b) $r_2 = (a \cdot (b + c) \cdot a^*) + a^*$

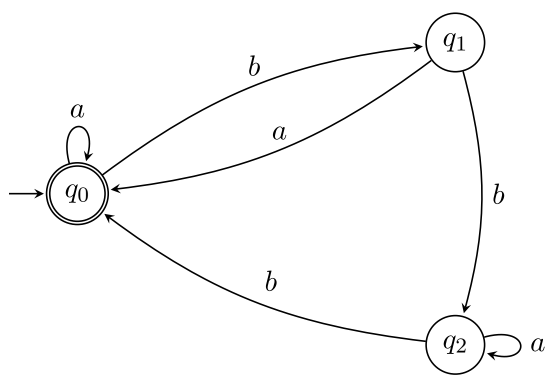
Wenden Sie bei a) die Konstruktion aus dem Beweis für den Satz von Kleene (Satz 5.4) aus der Vorlesung an.

Aufgabe 3

Verwenden Sie die Konstruktion aus dem Beweis für den Satz von Kleene (Satz 5.4) und das Lemma von Arden (Lemma 5.6), um einen regulären Ausdruck r anzugeben, der die von dem folgenden Automaten $\mathcal{A}$ akzeptierte Sprache repräsentiert (das heißt, es soll $L(r) = L(\mathcal{A})$ gelten).

$\mathcal{A} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, q_0, \delta, \{q_0\})$ mit

δ :



Hinweis:
Geben Sie für jeden Zustand q_i des Automaten eine Gleichung $X_{q_i} = \ldots$ an. Lösen Sie anschließend das Gleichungssystem mithilfe des Arden-Lemmas.

Aufgabe 4

Sei $\Sigma_1 = \{a, b\}$ und $\Sigma_2 = \{a, b, c\}$. Geben Sie für jede der folgenden Sprachen L_i einen regulären Ausdruck r_i mit $L_i = L(r_i)$ an. Begründen Sie die von Ihnen gewählten regulären Ausdrücke r_i.

a) $L_1 = \{w \in \Sigma_1^* \mid w \text{ beginnt mit } a \text{ und } |w|_b \text{ ist gerade } \}$

b) $L_2 = \{w \in \Sigma_2^* \mid w \text{ beginnt mit } a \text{ und } |w|_b \text{ ist gerade } \}$

c) $L_3 = \{w \in \Sigma_1^* \mid \text{ es gibt kein } u, v \in \Sigma_1^* \text{ mit w=uaav}\}$

d) $L_4 = \{w \in \Sigma_2^* \mid \text{ es gibt kein } u, v \in \Sigma_2^* \text{ mit w=uaav}\}$