Technische Universität Dresden
Institut für Theoretische Informatik
Professur für Automatentheorie

Wintersemester 2013/14

# Formale Systeme

## 8. Übungsblatt

**Hinweis**

Folgende Aufgaben dienen der Selbstkontrolle und werden in der Übung nicht besprochen.

*) Betrachten Sie die Grammatik $G = (\{S, U, X, T, V, W, Y, D, E, A, B, C\}, \Sigma, P, S)$ mit $\Sigma = \{a, b, c\}$ und
$P = \{S \longrightarrow UT, S \longrightarrow VW, U \longrightarrow XB, U \longrightarrow AB, X \longrightarrow AU, T \longrightarrow TC,$
$T \longrightarrow c, V \longrightarrow AV, V \longrightarrow a, W \longrightarrow BY, W \longrightarrow BC, Y \longrightarrow WC,$
$D \longrightarrow BC, D \longrightarrow BB, D \longrightarrow b, E \longrightarrow AB, E \longrightarrow AA, A \longrightarrow a,$
$B \longrightarrow b, C \longrightarrow c\}$
Verwenden Sie den CYK-Algorithmus (mit der Matrix-Notation aus der Vorlesung), um für die Wörter $w_1 = aabcc$ und $w_2 = aabbcc$ zu entscheiden, ob $w_i \in L(G)$ ist.

**) Gegeben ist die kontextfreie Grammatik $G = (N, \Sigma, P, S)$ mit
$N = \{S, X, Y, T\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und
$P = \{S \to X, S \to Y, X \to Tb, Y \to aT, X \to Xb, Y \to aY, T \to \varepsilon, T \to aTb\}$.
Geben Sie eine Grammatik $G'$ an mit $L(G') = \{w \in \{a, b\}^* \mid w^R \in L(G)\}$, wobei $w^R$ das gespiegelte Wort zu $w$ ist.

### Aufgabe 1

a) Beweisen Sie mithilfe der Abschlußeigenschaften für kontextfreie Sprachen, dass die Sprache $L = \{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ oder } j = k \text{ mit } i, j, k \geq 1\}$ kontextfrei ist.

b) Geben Sie für die Sprache $L$ eine kontextfreie Grammatik $G$ mit $L = L(G)$ an.

c) Geben Sie für die Sprache $L$ einen Kellerautomaten $\mathcal{A}$ an mit $L = L(G) = N(\mathcal{A})$.

### Aufgabe 2

Für Kellerautomaten existieren zwei Möglichkeiten für das Akzeptieren eines Wortes:

- über einen Endzustand (aus der Menge $F \subseteq Q$) bzw.
- über den leeren Keller.

Erläutern Sie die Beweisstrategie aus der Vorlesung, um zu zeigen, dass beide Möglichkeiten dieselbe Sprachklasse beschreiben und damit gleichmächtig sind.

**Aufgabe 3**

a) Geben Sie einen Kellerautomaten $\mathcal{A}_1$ für die Sprache $L$ mit

$$L = N(\mathcal{A}_1) = \{a^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N}\,, n = 3m\}$$

an.
Geben Sie die akzeptierende Folge der Konfigurationsübergänge für das Wort $w = aaab$ an.

b) Entwerfen Sie einen Kellerautomaten $\mathcal{A}_2$ für die Sprache $L$ mit

$$L = N(\mathcal{A}_2) = \{w \in \{a,b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$$

an.
Geben Sie die akzeptierende Folge der Konfigurationsübergänge für das Wort $w = aabbba$ an.

**Aufgabe 4**

Gegeben ist die Grammatik $G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b, c\}, P, S)$ mit

$$\begin{aligned} P = \{&S \longrightarrow AB, S \longrightarrow C, S \longrightarrow \varepsilon, A \longrightarrow aA, A \longrightarrow \varepsilon, \\ &B \longrightarrow bBc, B \longrightarrow Bc, B \longrightarrow \varepsilon, C \longrightarrow aCc, C \longrightarrow Cc, C \longrightarrow D, \\ &D \longrightarrow aD, D \longrightarrow \varepsilon\}. \end{aligned}$$

Transformieren Sie die Grammatik $G$ in eine $\varepsilon$-freie Grammatik $G_1$ und diese in eine Grammatik $G_2$ in Chomsky–Normalform.