Technische Universität Dresden
Institut für Theoretische Informatik
Professur für Automatentheorie

Wintersemester 2013/14

Formale Systeme

9. Übungsblatt

Hinweis

Folgende Aufgaben dienen der Selbstkontrolle und werden in der Übung nicht besprochen.

*) Wiederholen Sie die Begriffe Kellerautomat, endliche Übergangsrelation, Konfiguration, deterministischer Kellerautomat, nichtdeterministischer Kellerautomat und Akzeptanzbegriff für Kellerautomaten.

**) Geben Sie einen deterministischen Kellerautomaten $\mathcal{A}$ an mit $L(\mathcal{A}) = \{wcw^R \mid w \in \{a,b\}^*\}$, wobei für $w = a_1 \dots a_n$ gilt $w^R = a_n \dots a_1$.

Aufgabe 1

Geben Sie Turingmaschinen an, die folgende Funktionen berechnen. Dabei gilt, analog zum Beispiel in der Vorlesung, für $n \in \mathbb{N} : n$ wird dargestellt als a^n, $a \in \Sigma$.

a) Die Turingmaschine $\mathcal{A}_0$ berechnet die Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, $n \mapsto 0$, d. h. das Eingabewort auf dem Band wird gelöscht.

b) Die Turingmaschine $\mathcal{A}_{succ}$ berechnet die Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, $n \mapsto n + 1$.

c) Für $i, n \in \mathbb{N}$ berechnet die Turingmaschine $\mathcal{A}_n^i$ die Funktion $f_n^i : \mathbb{N}^n \to \mathbb{N}$, $(x_1, \dots, x_n) \mapsto x_i$. Es wird empfohlen, zunächst die Turingmaschine $\mathcal{A}_4^2$ anzugeben und diese dann zu $\mathcal{A}_n^i$ zu verallgemeinern.
(*Hinweis:* $(3, 2, 4, 0)$ in der Eingabe wird dargestellt als $\not{b}aaa\not{b}aa\not{b}aaaa\not{b}\not{b}$.)

Aufgabe 2

In dieser Aufgabe werden Zahlen *binär* kodiert. Beachten Sie, dass sie in der Vorlesung *unär* kodiert werden. Ganze Zahlen in Binärdarstellung seien wie folgt gegeben

$$code(n) = bin(n)\#\, i \text{ mit } i \in \{0, 1\}.$$

Dabei bedeutet $bin(n)$ die Binärdarstellung des Betrages der natürlichen Zahl n (ohne Vornullen), $i = 0$ bedeutet, dass die Zahl nicht negativ ist und $i = 1$, dass die Zahl negativ ist.

a) Geben Sie eine Turingmaschine $\mathcal{A}_0$ an, die für eine beliebige Eingabe w (Wort über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1, \#\}$) entscheidet, ob w der vorgegebenen Binärdarstellung einer ganzen Zahl entspricht oder nicht.

b) Geben Sie eine Turingmaschine $\mathcal{A}_{2x}$ an, welche die Funktion
$f : \{0, 1, \#\}^* \to \{0, 1, \#\}^*,\ code(x) \mapsto code(2x)$ berechnet.

c) Geben Sie eine Turingmaschine $\mathcal{A}_{x-1}$ an, welche die Funktion
$f : \{0, 1, \#\}^* \to \{0, 1, \#\}^*,\ code(x) \mapsto code(x - 1)$ berechnet.

d) Verknüpfen Sie die Turingmaschinen derart, dass die Ergebnismaschine die Funktion
$f : \{0, 1, \#\}^* \to \{0, 1, \#\}^*,\ code(x) \mapsto code(2(x - 1))$ berechnet.

Hinweis: f ist eine partielle Funktion, da sie nur für solche Wörter $w \in \{0, 1, \#\}^*$ definiert ist, die der vorgegebenen Binärdarstellung entsprechen. Im Fall eines undefinierten Funktionswertes von f ist in der Turingmaschine eine Endlosschleife vorzusehen.