

Formale Systeme

10. Übungsblatt

Hinweis

Folgende Aufgaben dienen der Selbstkontrolle und werden in der Übung nicht besprochen.

*) Geben Sie eine nichtdeterministische Turingmaschine \mathcal{A} an, welche die Sprache $L = \{a^i b^j c^k d \mid i = j + k, i, j, k \geq 0\}$ akzeptiert, d.h. $L(\mathcal{A}) = L$.

***) Zeigen Sie, dass $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ enthält mindestens zwei Zeichen } a\}$ Turing-akzeptierbar heißt.

Aufgabe 1

Es sei $\mathcal{P} = \{p_1, \dots, p_n\}$ eine Menge aussagenlogischer Variablen. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G an, die alle aussagenlogischen Formeln ϕ mit $Var(\phi) \subseteq \mathcal{P}$ erzeugt.

Aufgabe 2

Zeigen Sie, welche der folgenden Aussagen gelten und welche nicht:

a) $\{(\neg a \vee b), (\neg b \vee c), (b \wedge c)\} \models ((a \leftrightarrow b) \vee c)$

b) $\{(a \rightarrow b), (c \vee a), (a \rightarrow \neg b), \neg c\} \models a$

c) $\{(a \wedge \neg b) \vee (\neg a \wedge b), (\neg c \wedge b), \neg(\neg a \vee b)\} \models \neg(a \vee b)$

Aufgabe 3

Auf einer Expedition wird ein Ortskundiger gebraucht. Aus einem Dorf, in dem jeder der Bewohner entweder immer die Wahrheit sagt oder immer lügt, gibt es drei Bewerber.

- Der erste sagt: “Einer von den anderen beiden ist ein Lügner.”
- Der zweite sagt: “Wenn der erste wahr gesprochen hat, dann ist der dritte der Lügner.”
- Der dritte sagt: “Der zweite ist nur ein Lügner, falls der erste die Wahrheit gesagt hat.”

- a) Kann man aus diesen Informationen schliessen, wer die Wahrheit sagt und wer lügt?
- b) Welcher Bewerber sollte für eine erfolgreiche Expedition ausgewählt werden?

Aufgabe 4

Für eine Formel ϕ ist die Größe $|\phi|$ definiert durch:

$$\begin{aligned} |p| &:= 1 \\ |\neg\psi_1| &:= |\psi_1| + 1 \\ |(\psi_1 \vee \psi_2)| &:= |\psi_1| + |\psi_2| + 1 \\ |(\psi_1 \wedge \psi_2)| &:= |\psi_1| + |\psi_2| + 1 \\ |(\psi_1 \rightarrow \psi_2)| &:= |\psi_1| + |\psi_2| + 1 \\ |(\psi_1 \leftrightarrow \psi_2)| &:= |\psi_1| + |\psi_2| + 1, \end{aligned}$$

wobei ψ_1 und ψ_2 Formeln sind und $p \in \mathcal{P}$ ist.

Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

- a) Die Anzahl der Variablen in ϕ ist beschränkt durch $|\phi|$.
- b) Die Anzahl der Unterformeln in ϕ ist beschränkt durch $|\phi|$.