

Formale Systeme

13. Übungsblatt

Hinweis

Folgende Aufgaben dienen der Selbstkontrolle und werden in der Übung nicht besprochen.

*) Prüfen Sie mittels semantischer Tableaux die folgenden Formeln auf Erfüllbarkeit:

- a) $\left(((a \vee \neg b) \rightarrow (b \wedge c)) \wedge (\neg(c \vee b) \wedge \neg(a \wedge b)) \right)$
b) $\left(((\neg a \vee \neg b) \wedge (a \vee b)) \wedge ((\neg a \vee b) \wedge (a \vee \neg b)) \right)$

***) Transformieren Sie die Formel $\neg(\neg(a \leftrightarrow b) \rightarrow ((a \vee b) \wedge (\neg a \vee \neg b)))$ in folgende Normalformen:

- a) KNF b) DNF

Aufgabe 1

Geben Sie je eine Folge von Formeln ϕ_1, ϕ_2, \dots mit $|Unt(\phi_i)| < |Unt(\phi_{i+1})|$ an, sodass für alle $i > 0$

- a) das vollständige semantische Tableau für ϕ_i in Abhängigkeit von $|Unt(\phi_i)|$ exponentiell viele Knoten hat.
b) der Test auf Erfüllbarkeit von ϕ_i exponentiell viele Knoten in $|Unt(\phi_i)|$ generieren muss.

Aufgabe 2

Prüfen Sie folgende Formeln mittels Resolutionsverfahren auf Erfüllbarkeit:

- a) $(b \wedge (a \vee b) \wedge (\neg b \vee c) \wedge (\neg b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee c))$
b) $\neg(c \rightarrow ((\neg a \wedge b \wedge c) \vee (a \wedge \neg b)))$

Aufgabe 3

Für eine Klauselmengemenge M kann während der Resolution die Menge $Res^*(M)$ exponentiell in der Anzahl der Literale in M wachsen (s. Beweis von Lemma 17.5).

Bestimmen Sie für $L = \{p, \neg p, q, \neg q\}$ eine Formel ϕ ,

- a) deren zugehörige Klauselmengemenge M maximal viele Klauseln besitzt.
b) mit minimal vielen Klauseln, sodass für die zugehörige Klauselmengemenge M deren Resolventenmenge $Res^*(M)$ maximal ist.